

**INSTITUT FÜR KONSTRUKTIVEN INGENIEURBAU
RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM**

Volker Bettzieche

Systematische Erstellung von Modellen bei
der Simulation von Grundwasserströmungen
nach der Methode der Finiten Elemente

Mitteilung Nr. 91-11

September 1991

Technisch-wissenschaftliche Mitteilungen

Technical Reports

Rapports Techniques

Herausgeber

Der Geschäftsführende Direktor
Institut für Konstruktiven Ingenieurbau
Ruhr-Universität Bochum

Organisation und Verwaltung

Dipl.-Ing. J. Berg
Institut für Konstruktiven Ingenieurbau
Ruhr-Universität Bochum
Postfach 102148
4630 Bochum
Tel.: (0234) 7006097

© 1991 **Dr.-Ing. Volker Bettzieche**

Stensstraße 8
4630 Bochum 1

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.
Mit Genehmigung des Autors ist es gestattet, dieses Heft ganz oder teilweise auf
fotomechanischem Wege (Fotokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

Zusammenfassung / Summary / Résumé

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit den besonderen Aspekten der Erstellung von Finite-Element-Modellen bei der Simulation von Grundwasserströmungen. Die Modellerstellung wird als Prozeß vorgestellt, in dessen Verlauf die Realität in das Modell abstrahiert wird.

Zur Unterstützung durch die EDV werden die Methoden des rechnergestützten Konstruierens (CAD) verwendet und weiterentwickelt. Eine neuartige Datenstruktur verbessert die Möglichkeit der interaktiven Bearbeitung der Daten.

Zur Erstellung des Finite-Element-Netzes werden a-priori-Verfahren untersucht und durch Methoden der Variantenmodellierung erweitert. Adaptive Verfahren ermöglichen die problemangepaßte Verbesserung des Netzes.

The work presented deals with the specific aspects of the creation of finite-element-models for the simulation of groundwaterflow. Creation of the model is demonstrated as a process of abstraction from reality to the model.

This abstraction process is supported by applying and extending existing methods of computer-aided-design (CAD). A newly developed datastructure improves the possibilities for interactive datamodification.

A-priori-methods for the construction of the finite-element-mesh are investigated, methods of variant-modeling as well as adaptive methods for an a-posteriori mesh-refinement are added.

Le présent rapport s'emploie à les aspects particulieres de l'aménagement de models d'éléments-finis pour la simulation mathématique des courants phréatiques. L'aménagement du modèle est présenté comme un processus de l'abstraction le réalité dans le modèle.

Pour appuyer le calculateur les méthodes de systèmes CAD sont utiliser et évoluer. Une nouvelle structure des dates perfectionne la possibilité de traiter interactive les dates.

Pour aménager le réseau definis par les éléments finis a-priori méthodes sont rechercher et développer par méthodes de modeler les variantes. Méthodes adaptives rendent possible le perfectionnement du réseau.

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 1988 bis 1991 am Lehrstuhl für Theorie der Tragwerke und Simulationstechnik der Fakultät für Bauingenieurwesen an der Ruhr-Universität Bochum und wurde dort als Dissertation angenommen.

Mein Dank gilt Herrn Professor G. Schmid Ph. D. für die Unterstützung und Förderung dieser Arbeit, sowie Herrn Professor Dr. D. Braess von der Abteilung für Mathematik und Herrn Professor Dr. P. Obermann von der Abteilung für Geologie. Herrn Professor Dr. D. Hartmann danke ich für die Übernahme des zweiten Berichtes.

Viele Anregungen zu dieser Arbeit ergaben sich aus meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter der Arbeitsgruppe Grundwassermodelle. Von meinen dortigen Arbeitskollegen danke ich besonders Herrn Dipl.-Ing. J. Gotthardt und Herrn Dipl.-Ing. C. König für die konstruktive Kritik an meinen Entwicklungen.

August 1991

Volker Bettzieche

Dissertation eingereicht am: 9. 4.91

Tag der mündlichen Prüfung: 12. 7.91

Berichter: Prof. G. Schmid Ph. D.
Prof. Dr. D. Hartmann

<u>Inhaltsverzeichnis</u>	Seite
1. Einleitung	5
2. Modellbildung	9
2.1 Die Entwicklung der FE-Preprozessoren	10
2.1.1 Erstellen von FE-Modellen zur Simulation von Grundwasserströmungen	11
2.1.2 Datenerfassung	12
2.1.3 Netzerstellung	14
2.1.4 Zusammenfassung	14
2.2 Modellerstellung als Prozeß	15
2.2.1 Der Begriff des Konstruierens	15
2.2.2 Ein neuer Weg der Modellerstellung	16
2.2.3 Spezifizierung	20
2.2.4 Strukturierung	20
2.2.5 Diskretisierung	21
2.3 Schritte der Modellbildung	22
2.3.1 Struktur	23
2.3.2 Kontur	24
2.3.3 Netzgenerierung	26
2.3.4 Attributszuweisung	27
3. Softwaretechnologie zur grafisch interaktiven FE-Netzerstellung	28
3.1 Dialogkomponente	31
3.2 Grafikkomponente	35
3.3 Datenstrukturen zur interaktiven Bearbeitung von FE-Modellen	37
3.3.1 Zum Objektbegriff	37
3.3.2 Ein Datenmodell	38
3.3.3 Aufbau der Objekte	45
3.3.4 Ein Speichermodell	47
3.3.5 Listen und Bäume	47
3.3.6 Eine Baumstruktur für die Verwaltung von FE-Daten	49
3.3.7 Schneller Datenzugriff	52

4. Netzgenerierung	55
4.1 Verfahren zur Netzgenerierung	55
4.2 Bewertung der Verfahren	60
4.3 Netzgenerierung bei Grundwasserproblemen	63
4.3.1 Punktegenerierung	63
4.3.2 Triangulierung	75
4.3.3 Viereckgenerierung	76
4.3.4 Netzglättung	77
4.4 Nachträgliche Netzverfeinerungen	79
4.4.1 Flächige Verfeinerung	80
4.4.2 Verfeinerung um Singularitäten	85
4.5 Modifikationen durch den Benutzer	86
5. Attributszuweisung	87
5.1 Attributszuweisung mit Hilfe der Strukturdaten	87
5.2 Zuweisung netzkonformer Strukturdaten	88
5.3 Zuweisung nicht netzkonformer Strukturdaten	89
6. Adaptive Netzerstellung	93
6.1 Adaptive Netzverbesserung anhand von Fehlerindikatoren	94
6.2 Adaptive Neuvernetzung anhand von Bahnlinien	106
6.2.1 Grundlagen der Bahnlinienberechnung	109
6.2.2 Verfolgen von Bahnlinien 'durch' einen Knoten	111
6.2.3 Ermittlung der Startpunkte der Bahnlinien	115
6.2.4 Netzerstellung anhand von Bahnlinien	119
6.3 Ansprüche der Stofftransportberechnung an ein FE-Netz	124
6.4 Adaptive Netze und Attributszuweisung	127
7. Zusammenfassung und Ausblick	128
Literatur	130
Anhang	137
A: C-Quellcode der Verwaltung eines Dezimalbaumes	138
B: Funktionsübersicht SUSI - Sick User Interface	145
C: Funktionsübersicht ADAP - ADAPtive Schnittstelle	152

1. Einleitung

Konstruieren ist das vorwiegend schöpferische, auf Wissen und Erfahrung gegründete und optimale Lösungen anstrebende Vorausdenken technischer Erzeugnisse, das Ermitteln ihres funktionellen und strukturellen Aufbaus und das Schaffen fertigungsreifer Unterlagen. Es umfaßt das gedankliche und darstellende Gestalten, die Wahl der Werkstoffe und Fertigungsverfahren und ermöglicht eine technisch und wirtschaftlich vertretbare stoffliche Verwirklichung. Nach der Konstruktionsart lassen sich Neukonstruktion, Anpassungskonstruktion und Variantenkonstruktion unterscheiden.

VDI-Richtlinie 2223: Begriffe und Bezeichnungen im Konstruktionsbereich, VDI-Verlag, Februar 1969

In der letzten Zeit hat die Anwendung der Methode der Finiten-Elemente¹ [ZIE84, TÖR85, BAT90] in der Praxis an Bedeutung gewonnen. Dies ist u.a. auch durch den Preisverfall der EDV-Hardware begründet, der dazu führte, daß heute zu verhältnismäßig geringen Kosten leistungsfähige Computer verfügbar sind. Dies führte aber auch zu einem Wandel im Benutzeranspruch bzgl. der Anwendung der FEM-Software. War man vor zehn Jahren noch damit zufrieden, Aussagen über Probleme mit ein paar hundert Freiheitsgraden machen zu können, so sind heute Probleme mit Tausenden von Freiheitsgraden keine Seltenheit. Neben der Weiterentwicklung der Berechnungsverfahren steht deshalb die Entwicklung ebenso leistungsfähiger Methoden zur Erstellung des FE-Modells und zur Handhabung der hierbei anfallenden Datenmengen im Vordergrund.

Die Hauptanwendungsgebiete der FEM liegen zur Zeit zweifellos im Bereich des Maschinenbaus und des Bauingenieurwesens. Hier stehen leistungsfähige Berechnungsprogramme mit den zugehörigen Pre- und Postprozessoren zur Verfügung. Diese Programme sind für die Behandlung von strukturmechanischen Problemen entwickelt worden und stellen den hierzu notwendigen Funktionsumfang zur Verfügung.

Auch in der Hydrogeologie hat sich der Einsatz der FEM bewährt. Da dieser Bereich aber wesentlich weniger Anwender, und damit weniger kommerzielle Nutzer vorweist, wurde er von den großen Softwarehäusern vernachlässigt. Die Entwicklungen von FEM-Software wurden nur im universitären Bereich durchgeführt. Traditionsgemäß war diese Entwicklung im Fachbereich des Bauwesens angesie-

¹im folgenden als FEM (Finite-Element-Methode) abgekürzt

delt. Hier wurde der Schwerpunkt der bisherigen Entwicklungen auf den Bereich des Mainprocessing gelegt. Es wurden immer bessere Elemente, Bandbreitenoptimierer und Gleichungslöser entwickelt, während der Bereich der Modellerstellung notgedrungen mit einem Minimum an Aufwand mitentwickelt wurde.

Dies führte zu den derzeit vorhandenen FEM-Grundwasserprogramm-systemen, die zwar in ihren Berechnungsprogrammen sehr leistungsfähig sind, deren Anwendung aber insbesondere für den Benutzer aus der Praxis schon bei der Erstellung des Berechnungsnetzes einen wesentlichen Aufwand erfordert.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die konventionelle Vorgehensweise bei der Erstellung eines FE-Modells zur Simulation von Grundwasserproblemen untersucht und eine neue Methode der Modellbildung entwickelt. Diese sieht den Übergang von einer Sammlung an Karten, Tabellen und sonstigen Informationen zu einer FE-Beschreibung als einen Prozeß der Modellbildung. Im Verlauf dieses Prozesses wird die dem Modell zugrundeliegende Information durch einzelne Transformationsschritte in neue Informationszustände überführt. Diese Informationszustände repräsentieren eine vollständige Problembeschreibung. Sie dienen als alleinige Grundlage für den nächsten Prozessor, der zur weiteren Transformation spezifische Algorithmen und Datenstrukturen verwendet.

Die Vorgehensweise bei der Modellerstellung ähnelt hierbei der des Konstruierens, das in der Form des CAD² seit Jahren durch die Anwendung von Computern unterstützt wird [SPU84, EIG85, RO090]. Die im CAD vorhandenen Möglichkeiten der Visualisierung der bearbeiteten Information und der interaktiven Kommunikation mit dem Programm können auch die Erstellung von FE-Modellen erleichtern. Hierzu wird die CAD-Technik in den Bereich der Simulation von Grundwasserströmungen übertragen und durch die notwendigen Modifikationen und Entwicklungen angepaßt.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in fünf Teile. Im zweiten Kapitel wird die bisherige Vorgehensweise bei der Erstellung von FE-Modellen analysiert und die neue Betrachtungsweise der Modellerstellung als Prozeß entwickelt.

²CAD: Computer aided Design, rechnerunterstütztes Konstruieren

Im dritten Kapitel werden die hierzu benötigten Methoden der Softwaretechnologie beschrieben. Dies sind neue Programmstrukturen und -steuerungen, dialogorientierte Benutzeroberflächen mit Visualisierung der Bearbeitungsergebnisse und leistungsfähige Datenstrukturen.

Die Kapitel vier bis sechs befassen sich mit den Algorithmen, die zur Modellerstellung nach der im ersten Kapitel entwickelten Methode benötigt werden.

Hierzu stellt das vierte Kapitel die konventionellen Verfahren der Netzgenerierung vor und beschreibt ihre Weiterentwicklung zur Anwendung im Grundwasserbereich.

Die Zuweisung der Modellparameter auf das fertige FE-Netz ist der Schwerpunkt des fünften Kapitels.

Im sechsten Kapitel werden verschiedene Methoden der adaptiven Netzerstellung vorgestellt, die eine Netzanpassung nach einer ersten Berechnung erlauben.

Das abschließende Kapitel 'Zusammenfassung und Ausblick' ordnet die vorgestellten Verfahren in den Gesamtprozeß der Grundwassersimulation ein und zeigt Ansätze für weitere Entwicklungsarbeiten im Bereich der Modellbildung.

Sämtliche Ergebnisse und Erfahrungen beruhen auf der konkreten Entwicklungsarbeit zu einem Preprozessor für das FE-Programmsystem SICK100 [SCHM89]. Da die konkrete Softwareentwicklung im Zusammenhang mit einem Forschungsvorhaben durchgeführt wurde, mußten Beschränkungen bzgl. des Entwicklungsumfanges vorgenommen werden. Die größte Einschränkung besteht in der ausschließlichen Betrachtung ebener Problemstellungen. Eine Erweiterung der Betrachtungsweise auf dreidimensionale Probleme ist von der im zweiten Kapitel dargestellten Modellbildung aus ohne weiteres möglich. Die Realisierung durch interaktive Grafik usw. führt jedoch zu einem potenzierten Entwicklungsaufwand, der aus praktischen Erwägungen nicht durchzuführen war.

Um einen Einblick in die Umsetzung dieser Entwicklungsergebnisse zu geben, befinden sich im Anhang kurze Funktionsübersichten zu den Programmen SICK-User-Interface (Preprozessor) und ADAP (Aufbereitung von Berechnungsergebnissen zur adaptiven Netzerstellung und Bahnlinienberechnung).

2. Modellbildung

Im Bauingenieurwesen - speziell in der Statik - lag eine der Wurzeln der Finite-Element-Methode [WUN84]. Hier wurde sie zunächst vor allem für die Berechnung von Stabsystemen und Platten sowie komplex aufgebauten Strukturen herangezogen [FEM73]. Später folgte die Anwendung der Methode auch in anderen Bereichen des Bauingenieurwesens, wie zum Beispiel im Grundbau und Tunnelbau [FEM78, FEM84, FEM88]. Die Akzeptanz der FEM in der Praxis war jedoch seit Beginn durch den Aufwand bei ihrer Anwendung bestimmt [BOM78, BOM84].

Der entscheidende Einwand gegen den Einsatz der FEM war immer der manuelle Aufwand bei der Erstellung des Berechnungsnetzes. Dieser Teil der Arbeit benötigte je nach Problemstellung 50 bis 80 Prozent des gesamten Personalzeitbedarfs einer FE-Berechnung [SCHW89]. Erst mit Hilfe grafisch orientierter Benutzeroberflächen konnte die Verwendung der FEM für die Praxis attraktiv gestaltet werden [DIE88].

Im folgenden wird die klassische Vorgehensweise bei der Erstellung von FE-Modellen analysiert. Zunächst wird die Anwendung der FEM in der Statik betrachtet, da hier bisher die wesentlichen Entwicklungen stattfanden. Anschließend wird der derzeitige Stand der Netzerstellung bei Grundwasserproblemen behandelt.

Die aktuellen Entwicklungen zum FEM-Preprocessing verwenden Techniken, wie sie aus der Bauwerkskonstruktion bekannt sind und dort im rechnerunterstützten Konstruieren (CAD) Anwendung gefunden haben. Es wird gezeigt, daß sowohl die dem Konstruktionsprozeß zugrundeliegende Methodik, als auch die zugehörige Softwaretechnologie auf die Erstellung von Grundwassermodellen übertragen werden kann. Dies verlangt eine neue, strukturierte Vorgehensweise bei der Modellerstellung und eine hierauf abgestimmte Modifikation und Weiterentwicklung der verwendeten Algorithmen und Datenstrukturen.

2.1 Die Entwicklung der FE-Preprozessoren

Die Übertragung eines komplexen Problems auf ein Rechenmodell ist immer noch die primäre Aufgabe bei Berechnungen nach der Finite-Element-Methode. Wie Buck et al. [BUC73] aufzeigen, überließen die ersten verfügbaren FEM-Programme wie SAP IV und NASTRAN diese Aufgabe noch vollständig dem Anwender. Dieser mußte sämtliche Informationen von Hand eingeben. Aufgrund der damaligen Rechen-technik war die Eingabe noch lockkartenorientiert, so daß zunächst Überschriftskarten und Steuerkarten eingegeben werden mußten. Diesen folgten Karten mit Knoten-, Element-, Material- und Lastdaten. Für alle Eingaben war ein strenges Eingabeformat vorgeschrieben, wobei jeder Spalte eine im Handbuch beschriebene Bedeutung zukam.

Auch nach Einführung der alpha-numerischen Terminals änderte sich zunächst nichts an dieser Vorgehensweise. Die Erstellung des Eingabedatensatzes wurde lediglich durch den Einsatz von Texteditoren vereinfacht, die zunächst nur zeilenorientiert, später - infolge immer größerer Kernspeicherkapazitäten - bildschirmorientiert arbeiteten. Dies führte zwar zur schnelleren, einfacheren Erstellung von Eingabedatensätzen, änderte jedoch nichts an der datensatzorientierten Eingabemethode.

Mit steigender Rechenleistung wurde es möglich, Systeme mit mehreren hundert Knotenpunkten zu berechnen. Die Eingabe der notwendigen Eingabedateien gestaltete sich jedoch immer aufwendiger, so daß man begann, den eigentlichen Berechnungsprogrammen kleine Generierungsprogramme vorzuschalten. Diese Preprozessoren wurden mit Makrobefehlen aus einer Steuerdatei versorgt und generierten hieraus die für die Berechnung erforderlichen Eingabedateien.

Knoten-Eingabedatensatz für SAP IV [BAT73]:
(1 Knoten)

```
...  
0 23 0 1 0 0 0 0 45.200 20.300 0.000  
...
```

Knotengenerierung mit DAVO [WUN81]:
(Generierung von Knoten)

....
KGEN
1,49,57,9
4,8
0.,0.
...

Eine weitere Vereinfachung des Preprozessings brachte die Entwicklung von Netzgeneratoren, die mit Hilfe isoparametrischer Makroelemente Netze generierten und die alten Knoten- und Elementgeneratoren ersetzten [BRE86]. Durch die Verwendung von Grafikterminals konnten die Ergebnisse der Generierung grafisch kontrolliert und gegebenenfalls der Steuerdatensatz geändert werden.

Der Preisverfall bei der Hardware ermöglichte es, weitere Rechenkapazität für die Aufgaben des Preprozessings bereitzustellen. Durch die Verlagerung der zentralen Recheneinheit (CPU) an den Arbeitsplatz, der sog. Workstationstechnologie, konnte der Rechner zeitweilig allein für die Erstellung des FE-Modells eingesetzt werden. Dies führte zu einer Trennung von den alten Eingabedatensätzen und hin zu einer grafisch interaktiven Erstellung von FE-Netzen [WAS88], wie sie in den meisten derzeit verfügbaren FEM-Programmen für statische und dynamische Berechnungen realisiert ist.

2.1.1 Erstellen von FE-Modellen zur Simulation von Grundwasserströmungen

Die Erstellung eines Finite-Element-Modells zur Simulation von Grundwasserströmungen unterscheidet sich grundlegend vom Vorgehen bei strukturmechanischen Problemen. Bei diesen Modellen liegen im allgemeinen genaue Angaben über die geometrische Abmessungen des Werkstücks oder Bauwerks vor. Die benötigten Materialkennwerte sind meist ebenfalls bekannt oder sollen bei der Berechnung innerhalb einer vorgegebenen Bandbreite variiert werden. Auch die

Randbedingungen wie Lagerungen und Lasten sind genau festgelegt. Ein strukturmechanisches Modell zeichnet sich also durch die genaue Beschreibung des zu berechnenden Objektes aus.

Ein zu berechnendes Grundwasserproblem kann meist nicht von vorneherein so eindeutig beschrieben werden. Probleme ergeben sich besonders bei

- der Abgrenzung des zu betrachtenden Bereiches (Geometrie),
- der Angabe der Bodenparameter (Materialkennziffern),
- der Angabe der hydraulischen Gegebenheiten am Modellrand (Randbedingungen) sowie
- der Angabe der Wassermengen (Lasten).

Da diese Daten von verschiedensten Stellen beschafft werden müssen, sind sie häufig zusätzlich mit Ungenauigkeiten und Fehlern belastet und müssen zunächst zusammengefaßt und verifiziert werden. Darüberhinaus treten weitere Probleme bei der Bewältigung der Datenmengen auf. Ein mittleres Grundwassermodell erreicht einen Primärdatenumfang von mehreren Megabyte.

2.1.2 Datenerfassung

Aus diesem Grund beginnt die Erstellung eines Grundwassermodells mit der Datenerfassung. Die aus den verschiedensten Quellen stammenden Informationen werden gesammelt, vorsortiert und in ein EDV-Format überführt.

Manchmal liegen die zu verarbeitenden Informationen schon in EDV-Form vor. Dies gilt zum Beispiel für topologischen Daten der Landesvermessungsämter oder für Unterlagen des Bergbaus. Diese Informationen beziehen sich meist auf ein Raster, zum Beispiel ein 100x100 Meter-Raster und können nach einer leicht durchzuführenden Anpassung des Datenformates direkt in Interpolationsprogramme übernommen werden.

Im allgemeinen liegen topologische und hydrogeologische Informationen aber in Kartenform vor. Isolinienpläne, wie zum Beispiel Geländehöhenpläne, stellen durch Linienzüge gleicher Wertigkeit ihre Informationen dar. Flächige Informationen, wie zum Beispiel Bodenkarten, werden durch verschiedene Schraffuren oder Einfärbungen der Karte dargestellt.

Information	Informationsträger			
	Pläne	EDV-Daten	Interp.-punkte	Tabellen
Topologie des Gebietes	x	(x)	(x)	
Abmessungen des GW-Leiters	x	(x)	x	
Bodenkennwerte	x			x
Brunnen-Fördermengen				x
Hydraulische Randbedingungen				x
GW-Neubildung	x		x	x
sonstige.....	x	(x)		x

Tabelle 2.1: Informationen zur Erstellung von Grundwassermodellen und Informationsträger

Diese Informationen müssen zunächst in die EDV übernommen werden. Hierzu stehen Scanner oder Digitizer zur Verfügung. Scanner 'fotografieren' die zu scannende Unterlage und überführen sie in ein Rasterbild. Eine anschließende Vektorisierung des Bildes liefert die benötigten Polygon- oder Flächenkoordinaten mit den zugehörigen Informationen. Diese Technologie ist zur Zeit noch im Entwicklungsstadium und sehr teuer, so daß die Pläne meist digitalisiert werden. Hierzu werden die Pläne auf einen mit dem Rechner verbundenen, elektronischen Digitalisiertisch gelegt. Mit Hilfe eines Stiftes, oder einer entsprechenden Lupe können die Koordinaten abgegriffen und vom Rechner verarbeitet werden. Einzelne Interpolationspunkte und in Tabellenform vorliegende Informationen werden durch einen Text- oder Maskeneditor im EDV-Format eingegeben.

Anschließend werden die eingegebenen Primärdaten verdichtet oder verdünnt und gegebenenfalls in weitere Daten umgerechnet. Zusätzlich erfolgt eine Vollständigkeits- und Plausibilitätskontrolle, meist mit Hilfe einfacher grafischer Hilfsmittel.

2.1.3 Netzerstellung

Bei der bisherigen Vorgehensweise wird im zweiten Schritt zunächst ein FE-Netz entworfen. Dieser Entwurf wird bei den heute verfügbaren Programmen nicht unterstützt. Der Einsatz der EDV beginnt erst mit der Eingabe der komplett entworfenen Netzgeometrie. Die benötigten Daten werden mit Hilfe eines Texteditors in eine Netz-Eingabedatei eingetragen, wobei verschiedene kleine Hilfsprogramme einfache Arbeiten unterstützen. So können zum Beispiel die Koordinaten der Netzknoten mit Hilfe eines Digitalisierers aufgenommen werden und an die Netzdatei angehängt werden. Einfache Netzgeneratoren erleichtern die Eingabe der Elementinzidenzen.

Für die Zuweisung von großen Datenmengen wie zum Beispiel den Geländehöhen stehen Interpolationsprogramme zur Verfügung, die die Informationen der Primärdaten auf die Netzgeometrie übertragen. Auch diese Interpolationsergebnisse müssen noch mit dem Texteditor in die Netzdatei eingetragen werden. Zum Schluß werden individuelle Netzknoten- und -elementdaten in die Netzdatei eingetragen und so der Eingabedatensatz für das Berechnungsmodell vervollständigt.

2.1.4 Zusammenfassung

Die derzeit zur Simulation von Grundwasserströmungen verfügbaren Programme bestehen zumeist aus leistungsfähigen Berechnungsprogrammen (Mainprozessoren) und einer Ergebnisdarstellung (Postprozessoren). Die Datenerfassung und Modellerstellung wird mit kleinen Hilfsprogrammen oder - im Bereich der Netzkonstruktion (des Designs) - gar nicht unterstützt. Diese Aufgaben aber sind die aufwendigsten und fehlerträchtigsten. Sie erfordern ein hohes Maß an Kreativität seitens des Ingenieurs, der gerade in dieser Phase durch umfangreiche Eingabearbeiten abgelenkt wird. Dies führt dazu, daß die Modellerstellung unter Zeitdruck möglichst schnell abgeschlossen und die Berechnungen mit meist verbesserungswürdigen Modellen durchgeführt wird.

2.2 Modellerstellung als Prozeß

Bei der Eingabe von FEM-Problemen führte die Software-Entwicklung zwar zur Verminderung des Aufwandes, sie folgte aber im Wesentlichen von Anfang an dem Konzept der Eingabe eines vorher auf dem Papier fertig diskretisierten Modells. Der Gedanke von der Modellbildung als einem Prozeß mit verschiedenen Zwischenstufen wurde erst später entwickelt. Erste Ansätze der Modellbetrachtung entstanden zwar schon um 1970 [PAH87], wurden aber aufgrund der fehlenden technischen Möglichkeiten kaum beachtet. Insbesondere das Fehlen leistungsfähiger Grafik behinderte die Entwicklung eines Modellbewußtseins.

2.2.1 Der Begriff des Konstruierens

Die Systematisierung des Entwurfsprozesses zur Erstellung von FEM-Modellen wurde erst wieder aufgenommen, als die grafischen Fähigkeiten eines Bildschirmarbeitsplatzes zur Verfügung standen. Die Vorgehensweise bei der Modellerstellung entspricht in ihrer Methode und in ihrer Durchführung auf einem Rechner der des Konstruierens. So kann die Systematisierung der FE-Modellerstellung und ihre Umsetzung in EDV-Programme in Anlehnung an das rechnergestützte Konstruieren (CAD) geschehen.

Im Konstruktionsprozess werden anhand einer abstrakten Aufgabenstellung Funktionslösungen gesucht. Anhand von Konstruktionsregeln werden einzelne Teile gestaltet und zu einer Einheit zusammengesetzt. Der Konstruktionsprozeß durchläuft hierbei verschiedene Phasen. Spur und Krause [SPU84] beschreiben die Konstruktionsmethodik nach Roth [ROT72] anhand von drei Phasen: die Konzipierung, die Gestaltung und die Detaillierung.

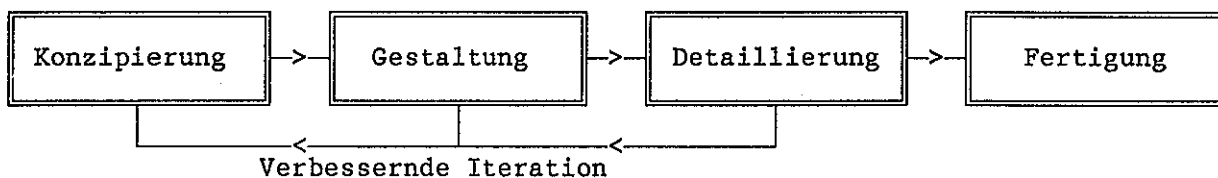


Bild 2.1: Die Teilvorgänge beim Konstruieren nach [ROT72]

Die Konzipierung umfaßt zunächst die Analyse der Anforderungen und die Erarbeitung von Lösungsvarianten. Nach der Bewertung dieser ersten Lösungsansätze folgt die Freigabe eines ersten Konzeptes.

Die zweite Phase der Gestaltung konkretisiert das Lösungskonzept. Maßstäbliche Skizzen oder ein Modell verdeutlichen den erstellten Entwurf.

Die Detaillierung führt anhand des Entwurfs durch die Konstruktion und Darstellung der Einzelteile zu den endgültigen Fertigungsunterlagen.

Die Konstruktion mit Hilfe von CAD-Systemen ermöglicht die Visualisierung der einzelnen Konstruktionsschritte. Pahl [PAH90] vollzieht den Konstruktionsprozeß am Bildschirm. Die prinzipielle Lösung wird durch Grobgestalten, Feingestalten und Optimieren zu einem Gesamtentwurf entwickelt. Der Anwender kann so sein mentales Modell anhand der grafischen Möglichkeiten des Rechners entwickeln und in ein Informationsmodell überführen.

Die benötigte Modellieretechnik stellt das CAD-System zur Verfügung: 3D-CAD-Systeme erlauben eine vollständige geometrische Modellierung durch Flächen- und Volumenmodelle. Die anschließende technische Modellierung ordnet den dreidimensionalen Körpern Formelemente, Wirkkomplexe, Norm- und Wiederholteile zu. Die baumstruktur-orientierte Modellierung beschreibt den Zusammenhang zwischen den Teilen und Baugruppen und führt zur objektorientierten Modellierung. Sie ermöglicht komplexe Konstruktionsschritte, wobei die Objekte anhand eigener Strategien miteinander agieren, z. B. Anschlußkonstruktionen erstellen.

Der Konstruktionsprozeß ist somit durch verschiedene Informationszustände (Aufgabenstellung, Konzept, Entwurf und Fertigungsunterlagen) gekennzeichnet, die durch einzelne Schritte bzw. Transformationen (Konzipierung, Gestaltung und Detaillierung) verkettet sind.

2.2.2 Ein neuer Weg der Modellerstellung

Die Erstellung eines FEM-Modells kann analog systematisiert werden. Die erste Anwendung des Modellkonzeptes findet sich bei der FEM-Berechnung von Hochbau- und Grundbauproblemen, hier insbesondere im Tunnelbau [KRO88].

Die Modellbildung wird zwischen die Datenerfassung mit Scanner, Digitizer oder aus CAD-Systemen und die Berechnung mit Post-processing eingeordnet. Die einzelnen Abschnitte der FE-Netzerstellung wurden als Klassifizierung, Idealisierung und Diskretisierung bezeichnet.

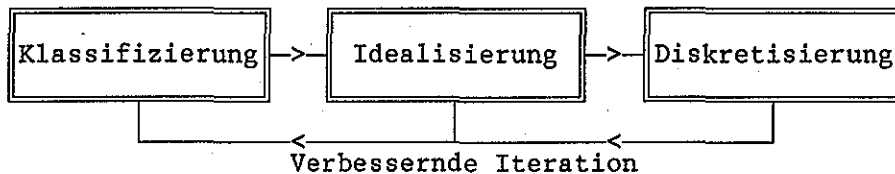


Bild 2.2: Die Teilvorgänge bei der FE-Netzerstellung nach [KRO88]

In der Phase der Klassifizierung wird das Strukturmodell gebildet. Hierzu gehören die Klassifizierung des Bauwerks, des Baugrundes und der Lasten.

Durch die Idealisierung wird ein Berechnungsmodell vorbereitet. Es werden u.a. das zugrundeliegende mechanische Modell und die Dimension der Abbildung (2D/3D) gewählt.

Mit der Diskretisierung wird das FE-Netz erstellt. Dies geschieht durch Netzgenerierung und -verfeinerung und Zuweisung der Modellparameter.

Wie das Konstruieren ist auch die Modellerstellung ein Prozess, der eine abstrakte Aufgabenstellung in ein fertiges Produkt, das Modell, überführt. In Anlehnung an den vom VDI definierten Begriff des Konstruierens (s. Einleitung) [VDI69] kann das Modellieren folgendermaßen beschrieben werden (Änderungen **fett**):

Modellieren mit Hilfe der FEM ist das vorwiegend schöpferische, auf Wissen und Erfahrung gegründete und optimale Lösungen anstrebende Vorausdenken von **FEM-Modellen**, das Ermitteln ihres funktionellen und strukturellen Aufbaus und das Schaffen zu **berechnender FE-Netzstrukturen**. Es umfaßt das gedankliche und darstellende Gestalten, die Wahl der **Idealisierungen** und Verfahren und ermöglicht eine technisch und wirtschaftlich vertretbare Verwirklichung. Nach der **Modellierungsart** lassen sich **Neumodellierung**, **Verfeinerung** und **Variantenmodellierung** unterscheiden.

Die strukturierte Erstellung von FEM-Modellen zur Simulation von Grundwasserströmungen erfordert also den Wechsel vom klassischen Zweischrittverfahren 'Datenerfassung-Netzerstellung' zu einem Prozeß der Modellbildung. Dieser Prozeß muß aus definierten Informationszuständen bestehen, die anhand von eingegrenzten Bearbeitungsmöglichkeiten ineinander überführt werden können. Dadurch wird eine systematische Modellerstellung gewährleistet, bei der der Ingenieur nicht durch eine Informationsflut belastet ist, sondern sein Modell schrittweise erstellt. Jeder Schritt bietet so die Möglichkeit, Varianten auszutesten und optimale Lösungen zu erstellen. Die EDV-Unterstützung muß hierbei Möglichkeiten bieten, die Erfahrungen und Wünsche des Anwenders zu berücksichtigen, ihn aber auch durch leistungsfähige Algorithmen von monotonen und fehlerträchtigen Arbeiten zu befreien.

Bei der Erstellung eines Grundwassermodells werden die anhand von hydrogeologischen Unterlagen vorliegenden Informationen in ein FE-Modell überführt.

Primär liegen die Informationen auf den o.g. Informationsträgern (Karten, Tabellen usw.) vor. Im ersten Schritt werden die Daten gesammelt, spezifiziert und mit konventionellen Methoden in ein EDV-Format überführt. Dieser Schritt wird als **Spezifizierung** bezeichnet.

Im zweiten Schritt, der **Strukturierung**, werden die EDV-Daten zusammengefaßt, geordnet und in ein einheitliches EDV-Datenformat überführt. Der fertige Datensatz beschreibt die Struktur des zu modellierenden Problems, das Strukturmodell, vollständig, ohne eine Diskretisierung vorwegzunehmen.

Erst im dritten Schritt wird entsprechend der im Strukturmodell enthaltenen Information, das FE-Netz erstellt. Bei dieser **Diskretisierung** stehen alle notwendigen Informationen im Strukturmodell zur Verfügung. Auf die Primärdaten wird nicht mehr zurückgegriffen. Die gewählte Diskretisierung repräsentiert das zu berechnende Problem mit Hilfe der im Berechnungsprogramm implementierten FE-Methode und dem konkreten FE-Netz. Erst durch die Verbindung der Netzgeometrie und der zugehörigen Netzattribute mit den Ansatzfunktionen der gewählten Modelltheorie entsteht das fertige FE-Modell.

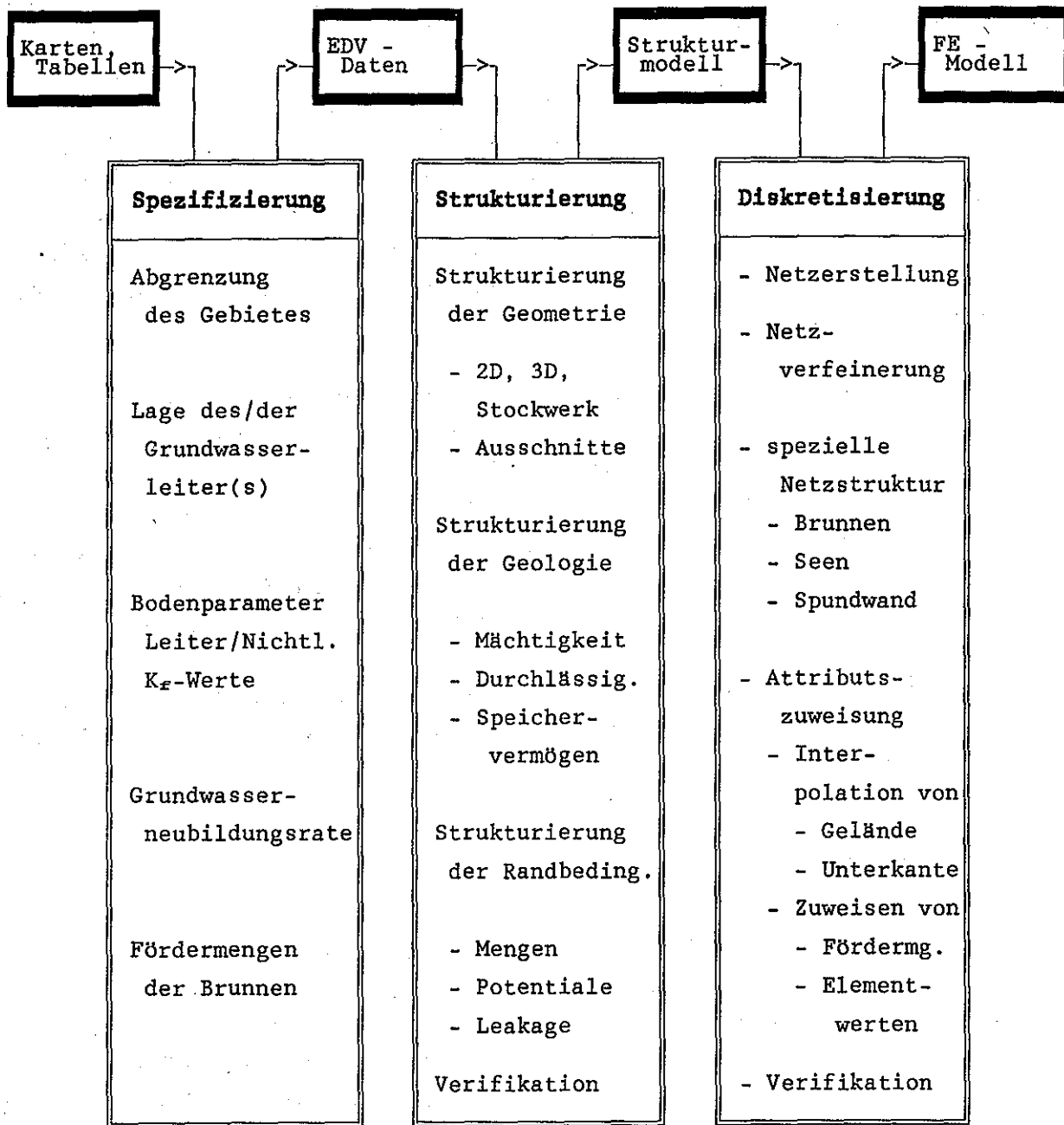


Bild 2.3: Von der Realität zum FE-Modell

2.2.3 Spezifizierung

Zur Erstellung eines Grundwassermodells muß zunächst das zu berechnende Problem durch die Wahl der Gebietsgrenzen und der zu berücksichtigenden Grundwasserleiter definiert werden. Dies geschieht auf der Basis von hydrogeologischen und wasserwirtschaftlichen Unterlagen. Unter Berücksichtigung der vorliegenden und evtl. zu prognostizierenden Grundwassersituationen muß eine erste Abgrenzung des Simulationsbereiches vorgenommen werden. Anschließend müssen die zugehörigen hydrogeologischen Informationen bereitgestellt werden. Grundwassergleichenpläne, geologische Karten und wasserwirtschaftliche Unterlagen müssen beschafft oder gegebenenfalls neu erstellt werden.

Liegen alle diese Informationen vor, so können die in Form von Karten und Tabellen vorliegenden Daten ins EDV-Format übertragen werden. Dieser Schritt der Datenerfassung ist, wie oben dargestellt, bereits durch Scanner und Digitalisierung weitgehend rechnerunterstützt. Auch die meist unvermeidliche manuelle Eingabe von Tabellen und anderen alpha-numerischen Informationen ist inzwischen durch maskenorientierte Eingabesoftware komfortabel möglich.

Zum Schluß dieses ersten Schrittes stehen die Informationen als EDV-Daten in meist verschiedenen Formaten dem Rechner zur Weiterverarbeitung zur Verfügung.

2.2.4 Strukturierung

Im zweiten Schritt der Modellerstellung werden die Daten gegliedert, zusammengefaßt und bzgl. ihrer Relevanz beurteilt. Hierzu gehört die einheitliche Bezeichnung z.B. der geologischen Informationen und Einheiten oder die Ausrichtung von Höhendaten auf eine Bezugshöhe. Zur weiteren Bearbeitung werden die Daten in eine der Modellbetrachtung angepaßte einheitliche Form übertra-

gen. Diese Strukturdaten enthalten in tabellarischer Form geometrische Informationen und hierzugehörige inhaltliche Daten, sog. Attribute¹.

Diese Daten können mit Hilfe des Rechners grafisch interaktiv nachbearbeitet werden. Sie werden zusammengefaßt und entsprechend der zur Berechnung notwendigen Datenstrukturen eingeteilt.

Anhand der vorliegenden Informationen wird der Modelltyp festgelegt, wobei auch entschieden wird, ob ein 2-dimensionales Modell ausreicht oder mit einem 3-dimensionalen Modell gearbeitet werden muß.

2.2.5 Diskretisierung

Aufgrund der Strukturdaten wird im dritten Schritt das FE-Modell erstellt. Hierzu wird zunächst die Netzgeometrie generiert. Lokale Verfeinerungen um Brunnen und Vorfluter sowie spezielle Netzstrukturen, z.B. für die Modellierung von Spundwänden, berücksichtigen die in der Realität vorliegenden Besonderheiten des Modells und den Näherungscharakter der FE-Lösung.

Anschließend werden die zur Berechnung notwendigen Attribute übertragen. Die in den Strukturdaten enthaltenen Informationen werden direkt auf die entsprechenden Netzknoten oder -elemente zugewiesen oder interpoliert. Mit Hilfe der grafischen Darstellung der Netzattribute kann das erstellte Modell verifiziert werden.

Als Ergebnis liefert dieser dritte Schritt der Modellbildung einen vollständigen Datensatz, der vom folgenden Berechnungsprogramm direkt übernommen werden kann.

¹Attribut : hier Eigenschaft, Merkmal einer geometrischen Information, s.a. [R0090]. Ein Brunnen wird zum Beispiel definiert mit Hilfe:

der x-y Punktkoordinaten	=	geometrische Information
und der Fördermenge	=	Attribut (zum Punkt)

2.3 Schritte der Modellbildung

Zur Umsetzung des vorgestellten Weges der Modellbildung in die konkrete Arbeit am Rechner müssen die einzelnen Schritte weiter analysiert und verfeinert werden. Dabei werden den einzelnen Stufen (Spezifizierung, Strukturierung, Diskretisierung) die unterstützenden numerischen Verfahren und Möglichkeiten interaktiver Grafik zugeordnet.

Die Anwendung interaktiver Grafik bei der Spezifizierung beschränkt sich auf die Datenerfassung durch Digitalisierungssoftware [BET83] und Grafiksoftware [RÜB89, SCHA90], mit deren Hilfe die eingegebenen Daten grafisch dargestellt und verifiziert werden können. Hierzu werden, entsprechend der Herkunft der Daten, verschiedenste Programme verwendet, die auf das jeweilige Datenformat abgestellt sind.

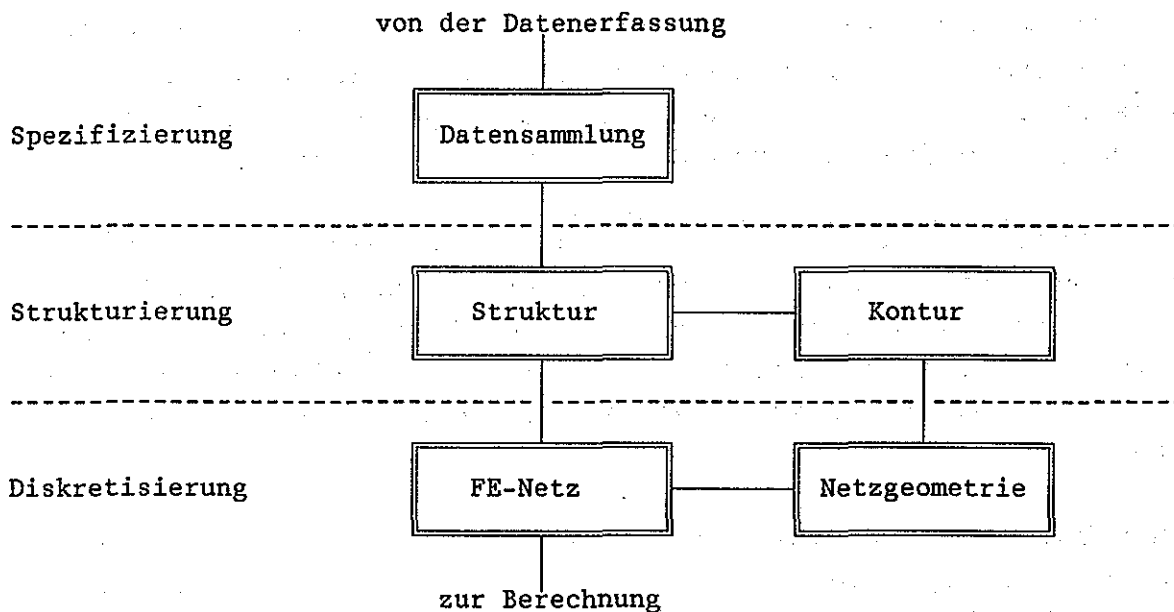


Bild 2.4: Schritte von der Datenerfassung zur Berechnung

Umformatierungsprogramme bringen die Daten in ein einheitliches Datenformat, so daß sie zur Bearbeitung im zweiten Schritt, der Strukturierung zur Verfügung stehen. Die Informationen werden weiter zusammengefaßt und gegliedert, so daß sie die Struktur des zu berechnenden Problems darstellen. Die hierin enthaltene

Information, die direkten Einfluß auf die Geometrie des zu erzeugenden FE-Netzes hat, wird nocheinmal in der Kontur zusammengefaßt.

Im dritten Schritt, der Diskretisierung, wird zunächst das Netz generiert und grafisch bearbeitet. Abschließend ergänzt die Attributszuweisung das geometrische Netz durch die hydrogeologischen Informationen.

2.3.1 Struktur

Die Struktur bildet eine geschlossene Beschreibung des zu berechnenden Problems aufgrund elementarer grafischer Elemente und ihnen zugeordneten Attributen.

Grundsätzlich ergeben sich vier mögliche Geometrietypen:

- 0-dim. Geometrie (Punkte),
- 1-dim. Geometrie (Strecken, Polygone, Splines),
- 2-dim. Geometrie (Flächen, Halbebenen, Ebenen) und
- Interpolationspunkte.

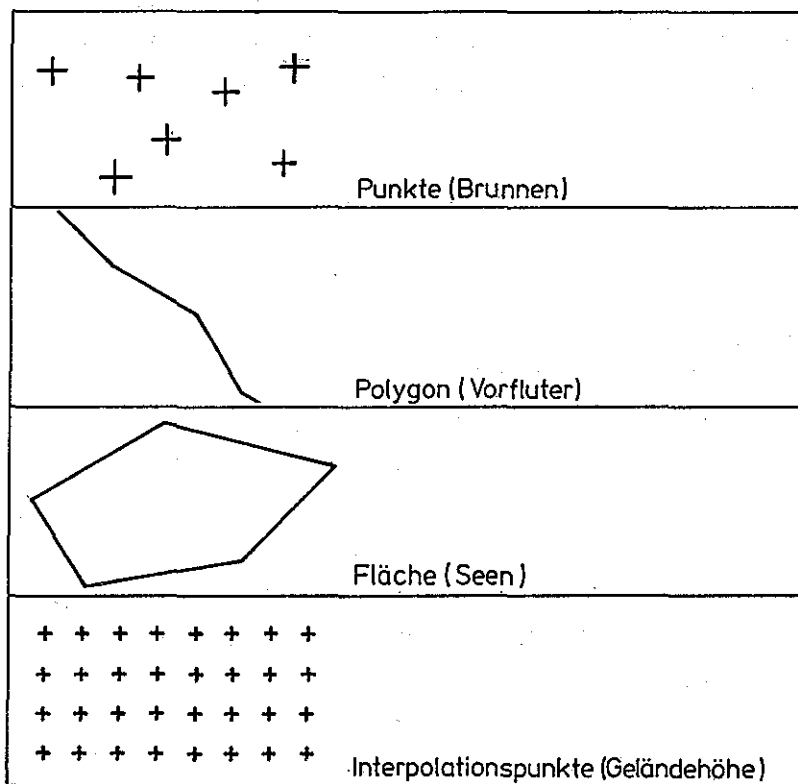


Bild 2.5: Geometrietypen der Strukturdaten

Mit diesen Geometrietypen und der Zuordnung der entsprechenden Informationen können alle notwendigen Daten beschrieben werden, z.B.:

0-dimensional:

- Koordinaten von Brunnen mit Fördermengen,
- Koordinaten von Grundwassermeßstellen mit Grundwasserhöhen,

1-dimensional:

- Polygone des Verlaufs von Vorflutern mit Potentialen oder Exfiltrationsmengen,
- Spundwände,

2-dimensional:

- Flächen verschiedener Grundwasserneubildung,
- Flächen verschiedener Bodenkennwerte,
- Seen,
- Sickerbecken mit Versickerungsmenge,

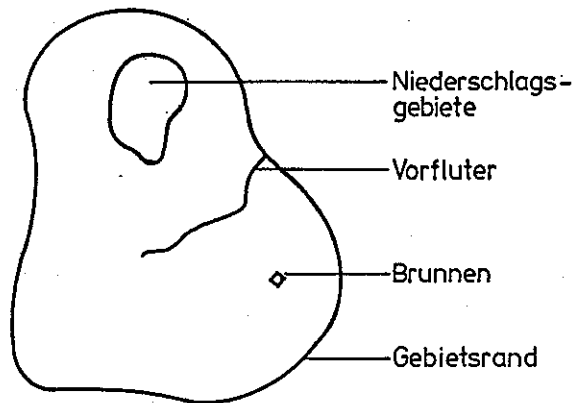
Interpolationspunkte :

- Geländeoberfläche,
- Grundwasserhöhen des Eichzustandes.

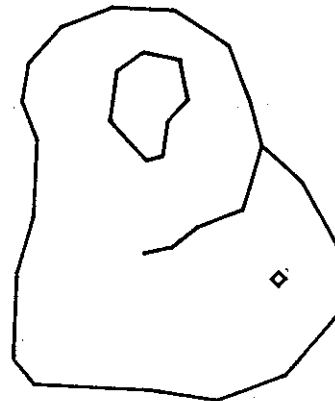
Sind die Eingangsdaten in diese Form überführt, so können sie einheitlich nachbearbeitet werden. Hierzu gehört die Nachbearbeitung der Geometriedaten und der Attribute. Unbearbeitete Daten enthalten häufig Datenlücken und Diskontinuitäten, die beseitigt werden müssen.

2.3.2 Kontur

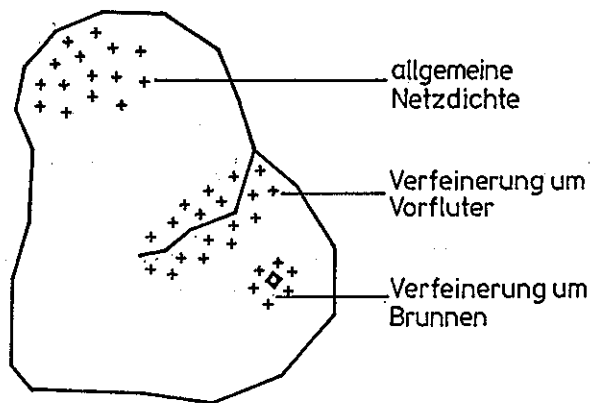
Aus der Struktur wird anschließend die Kontur erstellt. Sie enthält die geometrische Informationen, die zur Erstellung eines FE-Netzes notwendig sind. Dies sind der Umriss des zu modellierenden Gebietes, aber auch die im Gebiet benötigte Geometrieinformationen, wie z.B. der Verlauf von Vorflutern, die Lage von Seen und Brunnen. Diese Formen müssen im FE-Netz wiederzuerkennen sein und werden deshalb in der Kontur zusammengefaßt. Die benötigten Komponenten werden hierzu durch einfaches Auswählen aus den Strukturdaten übernommen. Geometrieinformationen, die nicht unbedingt berücksichtigt werden müssen, z.B. die Umrisse von Bereichen konstanter Grundwasser-Neubildung, werden nicht in die Kontur übernommen und nicht bei der anschließenden Erstellung der Netzgeometrie berücksichtigt.



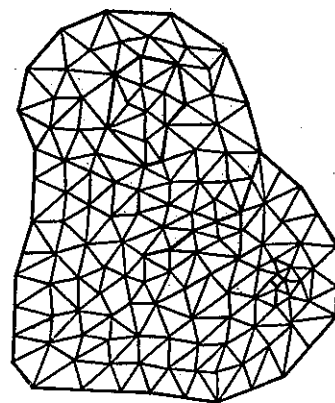
Problemstellung



Struktur



Kontur mit Netzgeneratorparametern



FE - Netz

Bild 2.6: Von der Problemstellung zum FE-Netz

Struktur und Kontur bilden den Abschluß der Strukturierungsstufe. Die vorliegenden Daten sind nun zusammengefaßt und geordnet. Sie beschreiben das zu berechnende Problem vollständig und bewerten die Informationen nach ihrer Relevanz für Netzgenerierung und Attributzuweisung.

2.3.3 Netzgenerierung

Zur Diskretisierung des Problems, d.h. der Erstellung des FE-Netzes, sind zwei weitere Schritte notwendig, die Erstellung der Netzgeometrie, i.a. mit Hilfe von Netzgeneratoren, und die anschließende Zuweisung der benötigten Daten, der Attribute, auf dieses Netz.

Die Netzerstellung greift hierbei auf die Konturinformationen zurück. Die in der Kontur enthaltenen Punkte und Polygone stellen Zwangspunkte der Netzgenerierung dar. Sie müssen im fertigen FE-Netz wiederzuerkennen sein. Punkte repräsentieren z.B. Brunnen und Meßstellen, erforderliche Knoten im FE-Netz. Polygone stellen z.B. Vorfluter oder Seen dar. Sie müssen im FE-Netz durch Elementseiten dargestellt werden, wobei jedoch einzelne Abschnitte eines Polygonzuges durch kleinere Strecken verfeinernd unterteilt werden dürfen.

Zur Netzgenerierung stehen meist verschiedene automatische Verfahren zur Verfügung, sie werden im folgenden Kapitel beschrieben. Zur Steuerung benötigen sie i.a. Verfeinerungs- und Teilungsparameter. Diese werden zunächst den einzelnen Kontur-elementen zugewiesen. So erhalten die Konturpunkte, die Brunnen repräsentieren, Steuerparameter zur lokalen Netzverfeinerung. Polygone werden mit Teilungsparametern versehen, die die Unterteilung der Polygonabschnitte steuern. Außerdem wird die gewünschte Netzdichte allgemein oder bereichsweise vorgegeben.

Mit diesen Informationen wird ein erstes FE-Netz generiert und grafisch dargestellt. Der Anwender hat dann die Möglichkeit, diese Netzgeometrie grafisch interaktiv nachzubearbeiten. Mit Hilfe von lokal arbeitenden Generatoren können weitere Verfeinerungen erzeugt werden. Grafisch interaktiv arbeitende Module erlauben das direkte Bearbeiten, Löschen und Neuzeichnen von einzelnen Netzelementen und -knoten. Mit diesen Arbeitsmitteln kann der Anwender das Netz seinen individuellen Vorstellungen anpassen und ist nicht an den starren Charakter automatisch erstellter Netze gebunden.

2.3.4 Attributszuweisung

Den letzten Schritt bei der Erstellung eines kompletten FE-Netzes bildet die Vervollständigung der Netzgeometrie durch die zugehörigen Attribute. Dabei wird auf die in den Strukturdaten vorliegenden Informationen zurückgegriffen. Anhand des Geometrietyps (Punkt, Polygon, Fläche, Interpolationspunkte) wird der Zuweisungsalgorithmus bestimmt und die Daten den Knoten oder Elementen des Netzes zugewiesen. Der Anwender wählt die gewünschten Datensätze aus und kontrolliert anhand von grafischen Darstellungen das Ergebniss der Zuweisung. Hierzu stehen ihm verschiedene Möglichkeiten der Darstellung - Zahlenwerte, Schraffuren, flächige Einfärbungen - und der Bearbeitung - elementweise oder knotenweise Korrekturmöglichkeiten - zur Verfügung.

Diese vier Schritte des FE-Preprozessings - Struktur -> Kontur -> Netzgeometrie -> Netzattribute - erlauben eine problemangepasste, stufenweise Erstellung eines FE-Netzes. Die einzelnen Schritte können weitgehend vom Rechner unterstützt werden. Dies erlaubt einerseits eine schnellere Arbeitsweise, andererseits die Vermeidung von Fehlern durch ständige grafische Verifikationsmöglichkeiten.

3. Softwaretechnologie zur grafisch interaktiven FE-Netzerstellung

Die Anwendung von FEM-Software wurde durch die komplizierten Eingabe- und Bedienungsvorschriften bestimmt. Der Anwender war zunächst mit Handhabungsproblemen beschäftigt, was ihm Blick auf das zu berechnende Problem verstellte. Während die Berechnungsalgorithmen des Mainprozessings ständig weiterentwickelt wurden, beschäftigten sich nur wenige mit der Verbesserung der Handhabung.

Die ersten Schritte grafisch orientierter Erstellung von FE-Netzen beschreibt Flessner 1978 mit Hilfe eines Digitalisiergerätes und einem Speicherröhrenbildschirm [FLE78]. Die über den Digitizer gepickten Punkte konnten sofort auf dem Grafikbildschirm sichtbar gemacht werden. Dies ermöglichte die direkte Kontrolle der Eingabe und nachfolgende Korrekturen durch den Anwender.

Bomhard forderte 1984 aus der Sicht der Benutzer zusätzlich eine Bedienungsoberfläche, die eine Reduzierung des Eingabeaufwandes ermöglicht, interaktive Steuerung der Programme erlaubt und weitgehende Generierungsmöglichkeiten nutzt [BOM84].

Das notwendige Dialogsystem als Schnittstelle zwischen Ingenieur und Software, beschrieben Werner [WER87] und Doster [DOS87] 1987 im Einsatz bei CAD-Anwendungen und Berechnungsprogrammen.

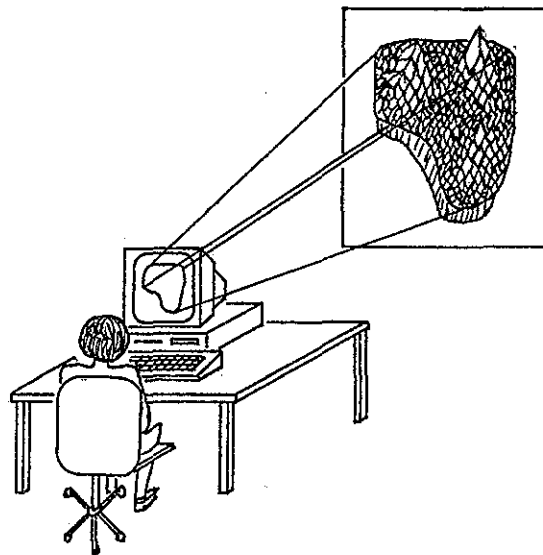


Bild 3.1: Kommunikation Anwender - Modell

Ziel einer grafisch-interaktiven Benutzeroberfläche muß es demnach sein, dem Anwender mit Hilfe des Grafikbildschirms einen

direkten Blick auf sein Modell zu gewähren, das er dann mit Hilfe der zur Verfügung gestellten Werkzeuge über die Tastatur oder die Maus bearbeiten kann. Der Rechner fungiert als verlängerter Arm des Anwenders, so daß der Benutzer das Gefühl hat, das Modell direkt zu bearbeiten.

Moderne CAD-Systeme unterscheiden zwischen alpha-numerischem und grafischem Dialog. Der alpha-numerische Dialog besteht aus der Ein- und Ausgabe von Texten und Zahlen, also zum Beispiel aus Kommandostrings oder Parameterwerten. Diese Eingaben erfolgen i.a. mit Hilfe einer Tastatur und einem alpha-numerischen Bildschirm, der in der Lage ist, den ASCII-Zeichensatz¹ darzustellen. Der grafische Dialog besteht aus der Ausgabe von Grafiken auf einen grafikfähigen Bildschirm, meist mit Hilfe eines standardisierten Grafiksystems, zum Beispiel GKS², und der Eingabe mit Hilfe einer Maus, mit deren Hilfe verschiedene Symbole auf dem Bildschirm bewegt und bestimmte Aktionen ausgelöst werden können.

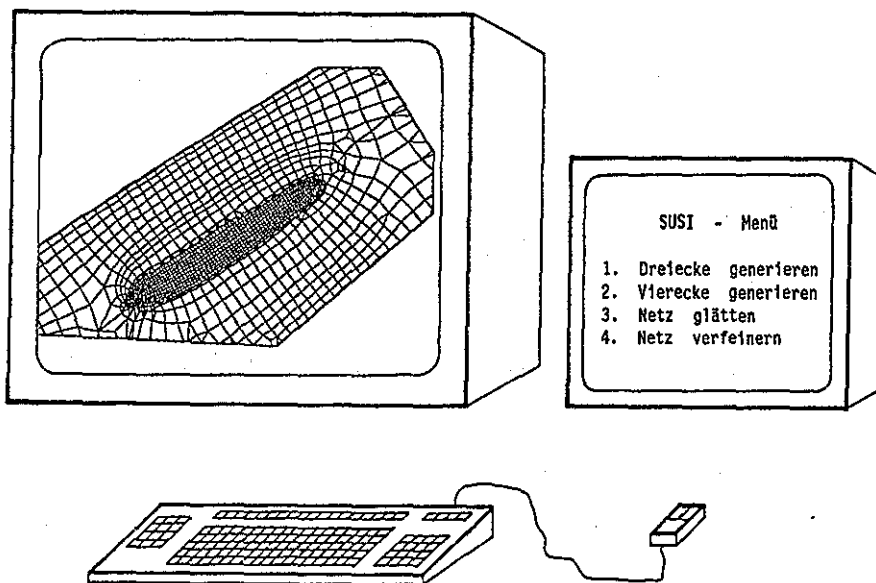


Bild 3.2: CAD-Wokstation, bestehend aus Grafikbildschirm und alpha-numerischem Bildschirm

¹ASCII: American Standard Code for Information Interchange

²GKS: Graphisches Kernsystem, genormt in ISO 7942 und DIN 66252
[GKS]

Die Realisierung dieser Kommunikation in einer Software erfordert die Entwicklung spezifischer Komponenten, die definierte Aufgaben übernehmen und ihre Funktionen dem Gesamtsystem über saubere Schnittstellen zur Verfügung stellen.

An ein interaktive Grafik werden hierbei besondere Ansprüche in Form einer leicht zu bedienende Software mit schnellen grafischen Reaktionen gestellt. Diese Anforderungen werden in drei entsprechenden Modulen realisiert:

- leistungsfähige Dialogfunktionen,
- effektive Grafikfunktionen und
- schnelle Datenverwaltung.

Diese drei Hauptfunktionen werden in der realisierten Form sog. Bibliotheken zusammengefaßt, die ihrerseits auf verschiedenen Untermodulen beruhen und über definierte Schnittstellen miteinander in Verbindung stehen.

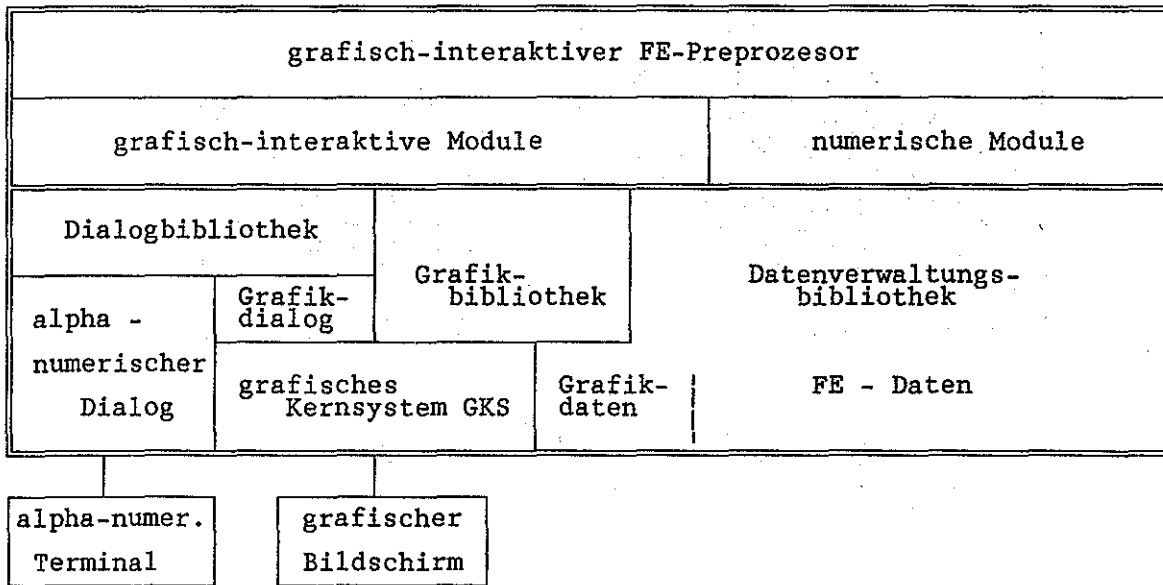


Bild 3.3: Softwarearchitektur eines grafisch interaktiven FE-Preprozessors

Die Aufgaben und Funktionsweisen dieser Komponenten sollen im folgenden beschrieben werden.

Dialogkomponente

Die Arbeit des Benutzers mit einem Programm besteht in erster Linie aus der Eingabe von Kommandos und zugehörigen Parametern. Die Eingabe wird durch drei Möglichkeiten unterstützt:

- die direkte Eingabe von Befehlstexten und -parametern,
- die maskenorientierte Eingabe und
- die Menüauswahl.

All diese Möglichkeiten werden sowohl auf einem alpha-numerischen Terminal, als auch auf einem Grafikbildschirm benötigt, so daß zwischen logischer und physikalischer Dialogführung getrennt wird. Die physikalische Dialogführung steuert den Dialog jeweils für sich auf dem alpha-numerischen und dem grafischen Bildschirm, indem sie dort Befehlseingabe, Masken und Menüs zur Verfügung stellt. Diese Funktionen werden i.a. durch eine Grundsoftware (z.B. UNIX-Curses-Bibliothek oder GKS-Dialogfunktionen) unterstützt. Mit Hilfe dieser Grundfunktionen kann dann die logische Dialogführung die Verwaltung der Dialogsteuerung übernehmen.

Ein Beispiel für einen anwenderfreundlichen Dialog:

Eingabe Erläuterung

pra Mehrum		
	pra	: Kommando zur Aktivierung eines Projektes (signifikante Abkürzung des Befehls prakti)
	Mehrum	: Kommandoparameter, hier Projektname
prd		
	prd	: Kommando zur Darstellung des Projektes, hier der Knoten (signifikante Abkürzung von prdars)
dreiecke		
	dreiecke	: Kommando zur Triangulierung eines Dreiecknetzes
vierecke		
	vierecke	: Kommando zur Generierung von Vierecken aus bestehen- den Dreiecken
pre		
	pre	: Kommando zum Abspeichern und Beenden des Projektes (signifikante Abkürzung von prende)
ende		
	ende	: Beendigung des Programmes

Bild 3.4: Beispiel einer Dialogführung zur Netzgenerierung

An die logische Dialogführung sind folgende Anforderungen zu stellen:

- kurze, natürlichsprachliche, problemangepaßte Syntax,
- benutzereigene Abkürzungen,
- Kommandoparameter anstelle verketteter Abfragen,
- sinnvolle Vorbelegungen von Kommandoparametern,
- Verkettung von Kommandos zu Macros,
- Historymechanismus und
- Hilfsfunktion.

Die Realisierung einer solch flexiblen Programmsteuerung erfordert eine eigene Verwaltung der Dialogmöglichkeiten. Die dafür vorgesehene Dialogbibliothek stellt mit Hilfe einer Initialisierungsdatei und benutzereigener Hilfsdateien entsprechende Modifikationsmöglichkeiten zur Verfügung.

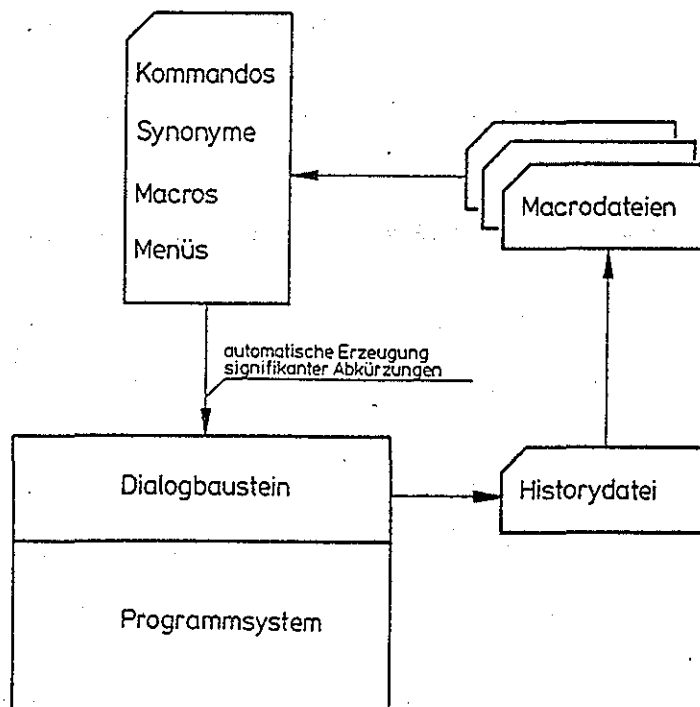


Bild 3.5: Informationsfluß zur Dialogsteuerung

Eine Kommandodatei enthält zu Beginn die verfügbaren Kommandos mit zugehörigem kurzem Hilfstext. Dieser Hilfstext kann vom Anwender zur Erläuterung des Kommandos abgerufen werden. Weiter-

hin enthält die Kommandodatei die aus den Kommandos zusammengestellten Menüs. Bei Programmstart wird diese Datei eingelesen. Ein kleiner Algorithmus verkürzt die vorliegenden Kommandos auf ihre signifikanten Anfangsbuchstaben, so daß der Anwender die Kommandos wahlweise ausschreiben oder abkürzen kann. Auch die Hierarchie der Menüverwaltung wird erst bei Programmstart anhand der Kommandodatei erstellt.

Befehle und Menüs stehen dem Anwender nun während des Programmlaufs zur Verfügung. Während des folgenden Dialogs protokolliert die Dialogkomponente sämtliche vom Benutzer eingegebenen Befehle mit ihren Parametern in eine Historydatei. Auch die vom Programm ausgegebenen Meldungen, Warnungen und Fehlermeldungen werden hier protokolliert.

Nach Programmende dient diese Datei in zweierlei Hinsicht als wichtiges Hilfsmittel. Zunächst kann der Anwender anhand der aufgelisteten Kommandos und Meldungen die letzte Sitzung nachvollziehen und evtl. vorhandene Fehlermeldungen auswerten. Zusätzlich kann diese Historydatei aber auch ganz oder teilweise als neue Macrodatei zur Steuerung nachfolgender Programmläufe verwendet werden.

Erfolgt die Weiterverwendung der unbearbeiteten Datei, so wird die Sitzung Schritt für Schritt wiederholt. Dies ist von besonderer Bedeutung, wenn in der vorherigen Sitzung Fehler gemacht wurden. Die Fehler werden zunächst aus der Macrodatei entfernt. Dann kann die Sitzung bis zum kritischen Punkt automatisch wiederholt und von dort normal weitergearbeitet werden.

Weiterhin kann die Historydatei zur Erzeugung von Befehlsmacros verwendet werden. Diese Macros dienen der Verbindung von Befehlssequenzen zu einem Macrobefehl, z.B. der Kopplung des Dreieck- und des Viereckgenerators mit anschließender grafischer Darstellung. Wurde in einer Sitzung eine solche Kommandofolge einzeln aufgerufen, so kann sie nach Programmende mit einem Editor aus der Historydatei in eine Macrodatei kopiert werden. Von hier aus steht sie dann beim nächsten Programmlauf unter einem neuen Macrobefehl zur Verfügung.

Protokoll einer Sitzung in der Historydatei:

```
START History File, user : vobett am Fri May 4 13:56:41 1990
EING Gib einen Befehl ein :pra mehrum
AUSF pra mehrum
MELD Projekt-Netz-Datei mehrum.net lesen
MELD minx 40663.76, maxx 53403.82, miny 10547.95, maxy 24437.62
EING Gib einen Befehl ein :prd
AUSF prd
EING Gib einen Befehl ein :dreieck
AUSF dreieck
EING Gib einen Befehl ein :viereck
AUSF viereck
EING Gib einen Befehl ein :pre
AUSF pre
MELD Projekt-Netz-Datei mehrum.net schreiben
MELD Projekt-Netz-Datei mehrum.net geschrieben
MELD Datenverwaltung wird geloescht
EING Gib einen Befehl ein :ende
AUSF closework
ENDE History File, user : vobett am Fri May 4 14:27:23 1990
```

aus Historydatei erzeugtes Macro:

```
AUSF pra mehrum
AUSF prd
AUSF dreieck
AUSF viereck
AUSF pre
```

Bild 3.6: Historydatei und aus ihr erzeugte Macrodatei

Neben der Erzeugung von Macros kann der Benutzer mit Hilfe eines Editors die Kommandodatei um Synonyme erweitern und so den Sprachumfang des Programms seinen eigenen Bedürfnissen anpassen. Auch die Menüs können auf einfache Weise umgeordnet und in ihrer Zusammensetzung an die individuelle Arbeitsweise angepaßt werden.

Die Dialogkomponente gestattet also die Anpassung der Programmsteuerung an die Arbeitsweise und Terminologie des Anwenders, was den Umgang mit dem Preprozessor erleichtert.

Grafikkomponente

Die Grafikkomponente eines Dialogsystems hat die beiden Aufgaben, die zu bearbeitenden Daten in optisch schnell erfaßbarer Weise aufzubereiten und Manipulationen zu ermöglichen. Zur Darstellung bedient sie sich i.a. eines Rasterbildschirms mit einer Auflösung von über einer Million Bildpunkten und mindestens 16 Farben. Eine leistungsfähige Grafik benötigt aber neben einem hochwertigen Bildschirm eine entsprechende Software. Sie verbindet mit Hilfe verschiedener Abstraktionsebenen komplexe Grafikbefehle mit den Funktionen der Hardware.

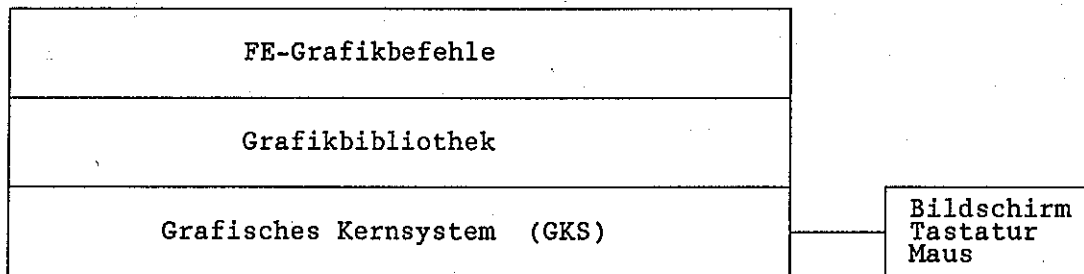


Bild 3.7: Aufbau interaktiver Grafiksoftware

Die elementaren Grundfunktionen einer solchen Software werden meist, rechnerabhängig oder rechnerunabhängig, durch grafische Kernsysteme zur Verfügung gestellt. Hierzu gehören die Darstellung von Symbolen, Linien, Flächen und Texten. Auch das Vergrößern von Bildausschnitten (Zooming) und die Erstellung von Grafikmetafiles für die Ausgabe der Grafik auf Plottern gehören zum Standardumfang dieser Elementargrafik. Die Möglichkeiten der interaktiven Bearbeitung der Grafik wird durch entsprechende Grundfunktionen wie der Unterstützung einer Maus und zugehöriger Promptsymbole bereitgestellt.

Zur interaktiven Bearbeitung von Grafik reicht aber diese Funktionalität nicht aus, was zu einer zweiten Schicht von grafischen Funktionen führt, die in der Grafikbibliothek zusammengefaßt werden können. Sie stellt, auf der Elementargrafik aufbauend, höherwertige Funktionen zur Verfügung. Dies geschieht durch eigene Datenstrukturen, die die Grafikdaten verwalten und so Funktionen wie Identifizieren von Grafikelementen, Folienverwaltung und die Änderung der Darstellungsart der Grafikelemente ermöglichen.

Die obere Schicht eines interaktiven FE-Grafikmoduls bilden die Funktionen zur Manipulation der FE-Objekte. Sie setzen sich aus den grafischen Grundelementen zusammen. So bilden z.B. vier Strecken ein FE-Element ab oder ein Polygonzug eine Randbedingung. Zur grafischen Modifikation dieser Objekte stehen interaktive Befehle zur Verfügung, die die Funktionalität der unteren Schichten verwenden.

kn_modi	FE-Grafikbefehl zum Verschieben eines Knotens
kn_pick	FE-Modul zum Picken eines Knotens
gb_pick	Grafikbibliotheksmodul zum Picken von Koordinaten
gqdsp	GKS-Modul zur Abfrage des Bildschirmstatus
ginlc	GKS-Modul zur Initialisierung des Pickers
grqlc	GKS-Modul zum Picken
gb_iden	Grafikbibliotheksmodul zur Identifizierung eines Grafikelementes anhand von Koordinaten
gb_elhe	Grafikbibliotheksmodul zum Hervorheben eines Elementes
....	
gb_pick	Grafikbibliotheksmodul zum Picken der neuen Koordinaten
....	
gb_loes	Grafikbibliotheksmodul zum Löschen eines Grafikelementes
....	
gb_mada	Grafikbibliotheksmodul zur Darstellung einer Marke (hier des Knotens an der neuen Stelle)
....	weitere Module zur Änderung der anliegenden Elemente

Bild 3.8: Aufbau eines grafisch interaktiven Befehls

3.3 Datenstrukturen zur interaktiven Bearbeitung von FE-Modellen

3.3.1 Zum Objektbegriff

Der Einsatz der EDV erfordert die Abstraktion eines Ausschnittes der realen Welt in eine Sammlung von Informationen, die vom Computer verarbeitet werden kann. Wirth [WIR72, WIR86] unterscheidet hierzu zwischen den Daten, die die relevanten Eigenschaften der realen Objekte repräsentieren und den Handlungen oder Prozessen, die eine Zustandsänderung der Daten bewirken. Die auf den Betrachtungen von Wirth beruhende Methode der strukturierten Programmierung verbindet die Methodik des Programmierens mit den Aspekten der Datenstrukturierung.

Neuere Sichtweisen im Zuge der KI-Forschung und der Expertensystem-Entwicklungen verwenden einen neuen Objektbegriff, der die Trennung zwischen Daten und Algorithmen aufhebt. So bestehen zum Beispiel bei Schnupp [SCHN87] Objekte aus Fakten und prozeduralem Wissen. Verwandte Objekte werden in Objektklassen zusammengefaßt, die ihre Eigenschaften an ihre Objektinstanzen vererben können, wobei die Objekte hierarchisch organisiert werden. Objekte sind hier Ansammlungen privater Datenstrukturen, die mit Angaben zu ihrer Funktionalität verbunden sind und folgende Eigenschaften aufweisen bzw. ermöglichen:

- Vererbung,
- Nachrichtenaustausch,
- spätes Binden,
- automatische Speicherzuordnung,
- Polymorphismus und
- flexible Wiederverwendbarkeit.

Die Anwendung dieser Objekttechnologie scheint prädestiniert zu sein für stark hierarchisch strukturierte Probleme. Wie im weiteren noch gezeigt wird, bestehen Grundwassermodelle aber meist aus wenigen Objekt-(Daten-)typen mit wenigen Ausprägungen, jedoch in hoher Anzahl, so daß eine Hierarchie nur aus drei bis vier Hierarchiestufen besteht. Eine direkte Verwendung dieser Objektstrukturen bringt also der Modellerstellung bei Grundwasserproblemen keine Vorteile.

Die Modellerstellung erfordert aber neben der Verwaltung der konkreten Objektinformationen auch die Verwaltung der Objektbeziehungen. So benötigt ein FE-Element den Bezug zu den entsprechenden FE-Knoten oder, bei grafischer Bearbeitung, zum zugehörigen Grafikelement am Bildschirm.

Der Objektbegriff wird also im Rahmen der vorliegenden Arbeit zur Grundwassermodellierung als Erweiterung des Datenobjektes im Sinne von Wirth gesehen und bezeichnet eine **Informationseinheit**, die einen mehr oder minder komplexen Datensatz realisiert. Zusätzlich enthält das Objekt **Informationen über seine Beziehungen zu anderen Objekten**, die den Zugriff auf diese Nachbarobjekte ermöglichen.

3.3.2 Ein Datenmodell

Der erste Schritt beim Entwurf einer Datenstruktur ist die Analyse der zu verwaltenden Daten (Objekte) und ihrer Beziehungen (Relationen) zueinander. Erst nach der Bestimmung des Datenmodells kann die Wahl für die Realisierung des Speichermodells fallen.

Die der Modellbildung zugrundeliegenden Objekttypen sind:

- die Strukturdatensätze, jeweils beschrieben durch Datentyp, Geometrie (Punkte, Polygone, Flächen) und weitere Attribute (Werte zu jedem Geometriepunkt),
- die Kontur bestehend aus den Objekttypen:
 - Strecken, jeweils beschrieben durch Geometrie (Anfangs- und Endpunkt) mit zugehörigen weiteren Attributen (Teilungsparameter),
 - Punkten, jeweils beschrieben durch Geometrie (Koordinaten) mit zugehörigen weiteren Attributen (Verfeinerungsparameter),
- das FE-Netz bestehend aus den Objekttypen:
 - Elemente, jeweils beschrieben durch Inzidenzen und weitere Attribute (z.B. Materialkennwerten),
 - Knoten, beschrieben durch Koordinaten und weitere Attribute (z.B. Fördermengen und Potentiale).

Sollen diese Objekte zur Bearbeitung grafisch dargestellt werden, so werden weitere Grafikobjekttypen benötigt:

- Zusammengesetzte Grafikelemente (Flächen, Polygone, Punktwolken), beschrieben durch Grafikgrundelemente (Strecken und Marken), die sich ihrerseits aus Darstellungsattributen (z.B. Farbe) und Punkten zusammensetzen.
- Punkte werden hierbei beschrieben durch Koordinatenpaare (x- und y-Koordinate)

Schon diese Aufzählung zeigt, daß die zwischen den Objekten bestehenden Beziehungen elementar zur Beschreibung der vorliegenden Informationen sind. Sie repräsentieren je nach Betrachtungsweise verschieden starke Bindungen.

Die konstitutiven Beziehungen beschreiben den elementaren Zusammenhang zwischen den Objekten. In ihnen sind die grundlegenden Relationen redundanzfrei enthalten.

Die produktiven Beziehungen zeigen den Entstehungsweg der Daten von den Strukturdaten über die Kontur zum FE-Netz und der Grafik.

Die grafische Darstellung und die hier verwendeten grafischen Manipulationen benötigen schließlich identifizierende Beziehungen, die eine Rückwärtsverkettung zwischen der grafischen Darstellung und dem Objekt ermöglichen.

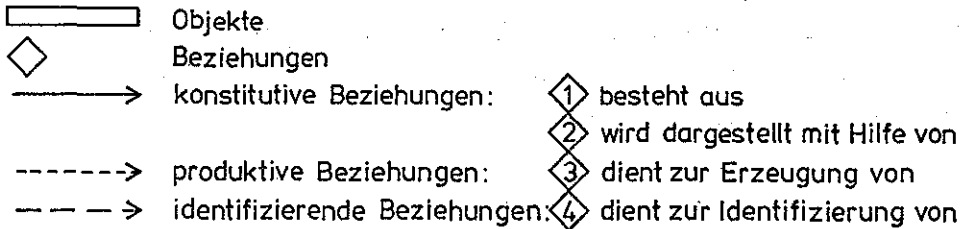
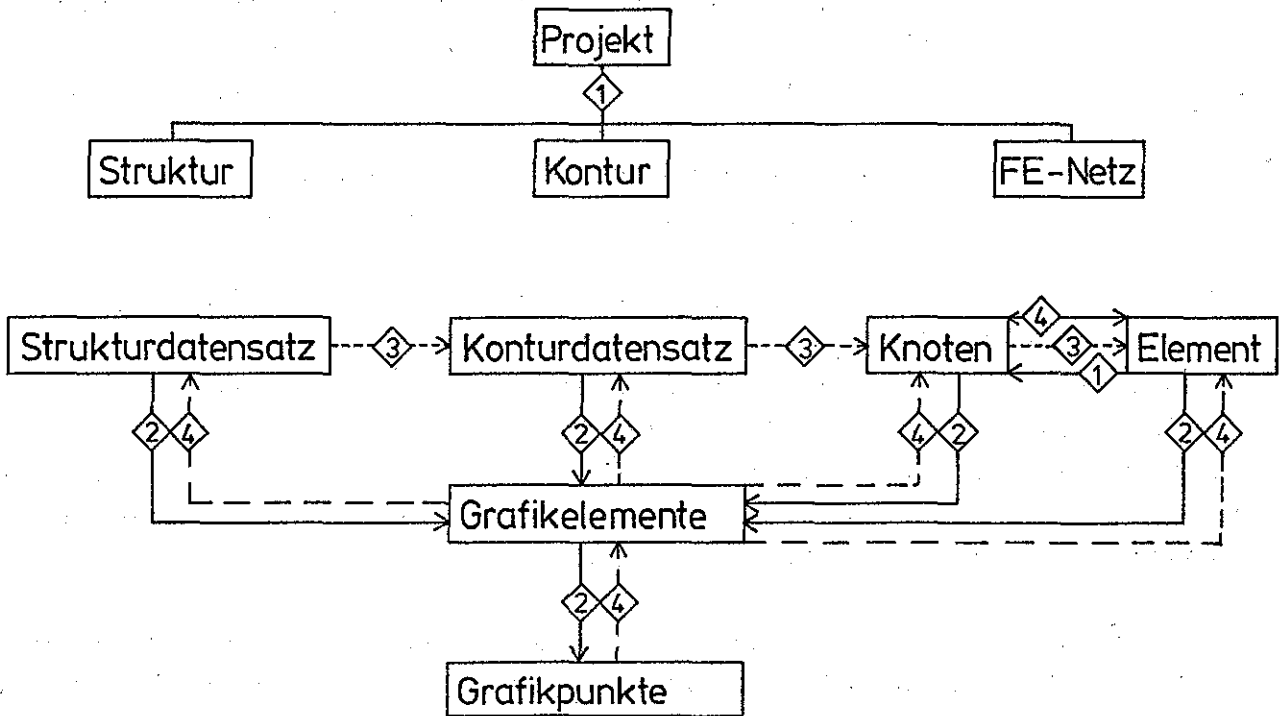


Bild 3.9: Objekte und Beziehungen (Entity - Relationship - Diagramm)

Nicht alle diese Beziehungen können in einer Datenstruktur gleichzeitig realisiert werden. Der Wunsch, eine möglichst 'saubere', redundanzfreie Datenstruktur zu realisieren steht im Gegensatz zur Forderung nach schnellen Zugriffszeiten über möglichst alle existierenden Objektbeziehungen.

Die Wahl der schließlich realisierten Relationen und Zugriffswege muß sich daher an den folgenden Fragen orientieren:

- 1) Welche Beziehungen sind konstitutiv?
Diese müssen unbedingt realisiert werden.
- 2a) Welche weiteren Beziehungen sind für eine grafisch interaktive Bearbeitung unverzichtbar, um akzeptable Reaktionszeiten zu gewährleisten?
Die Auswahl dieser Beziehungen kann sich nur aus einer Analyse der zu erwartenden Zugriffe auf die Datenstruktur ergeben. Die hierbei zu stellende Frage lautet:
- 2b) Auf welche Objekte wird über welche Beziehungen wie häufig zugegriffen, und wie wichtig ist hierbei die Zugriffsgeschwindigkeit?

Als konstitutive Beziehungen sind zur eindeutigen Beschreibung notwendig:

- Bei den Strukturdaten: keine Beziehungen zwischen den einzelnen Datensätzen, da diese voneinander unabhängig sind.
- Bei den Konturdaten: keine Beziehungen zwischen den Datensätzen, die Identifizierung des Aussenpolygons (Rand) und der inneren Polygone kann jederzeit eindeutig durch den entsprechenden Algorithmus erfolgen.
- Das FE-Netz benötigt zur eindeutigen Beschreibung die Inzidenztabelle der Elemente, die die Knoten den entsprechenden Elementen zuordnet.
- Die einfache grafische Darstellung (keine Interaktivität) der o.g. Daten erfordert keine zusätzlichen Beziehungen, da die Grafikelemente mit Hilfe der Objektattribute (Koordinaten) und, im Falle des FE-Netzes, mit Hilfe der Elementinzidenzmatrix erstellt werden können.

Sollen die FE-Daten jedoch grafisch interaktiv bearbeitet werden, so werden weitere Beziehungen benötigt. Die Analyse der anfallenden Fragestellungen ergibt die folgenden Zugriffswege:

Zugriffswege über identifizierende Nummer:

- 1.1 Suche Knotendaten zu Knotennummer
- 1.2 Suche Elementdaten zu Elementnummer
- 1.3 Suche Strukturdatensatz zu Strukturdatensatznummer

Zugriffswege über Grafikkoordinaten:

- 2.1 Suche Konturelement zu Koordinaten
- 2.2 Suche Konturstrecke zu Koordinaten
- 2.3 Suche Knoten zu Koordinaten
- 2.4 Suche Element zu Koordinaten

Zugriffswege anhand konstitutiver Beziehungen:

- 3.1 Suche Knoten zu Element
- 3.2 Suche Elemente zu Knoten
- 3.3 Suche Grafikelement zu Knoten, Elemente, Kontur-, Strukturdatensatz

Zugriff auf mehrere Elemente eines Objekttyps:

- 4.1 Suche alle Strukturdatensatzbezeichnungen
- 4.2 Suche alle Elemente zu Attributstyp
- 4.3 Suche alle Knoten zu Attributstyp
- 4.4 Suche alle vorhandenen Knoten- und Elementattributstypen
- 4.5 Suche alle ... (Knoten, Elemente, Konturdaten, Strukturdaten)

Bild 3.10: Zugriffswege eines FE-Datenmodells

Die Frage nach der erforderlichen Zugriffsgeschwindigkeit und somit nach der Wichtigkeit der datentechnischen Realisierung des Zugriffsweges ergibt sich aus der Anwendung des Befehls. So darf z.B. die Identifizierung eines Knotens anhand gepickter Koordinaten nicht allzu lange dauern und muß daher direkt realisiert werden. Die Abfrage aller vorhandenen Knoten- und Elementattributstypen wird hingegen nur bei der Abspeicherung der Daten verwendet und darf eine entsprechende Zeit in Anspruch nehmen. Insgesamt ergeben sich folgende Prioritäten:

<u>Zugriffsweg</u>	<u>Häufigkeit</u>	<u>Geschwindigkeitsrelevanz</u>	<u>=> Relevanz</u>
1.1	++	++	++
1.2	++	++	++
1.3	+	+	+
2.1	0	0	0
2.2	0	0	0
2.3	+	++	++
2.4	+	++	++
3.1	+	+	+
3.2	+	+	+
3.3	+	+	+
4.1	-	0	0
4.2	-	0	0
4.3	-	0	0
4.4	--	--	--
4.5	+	+	+

++ sehr wichtig, + wichtig, 0 unbestimmt, - nicht so wichtig, -- unwichtig
sehr häufig häufig selten wenige Male

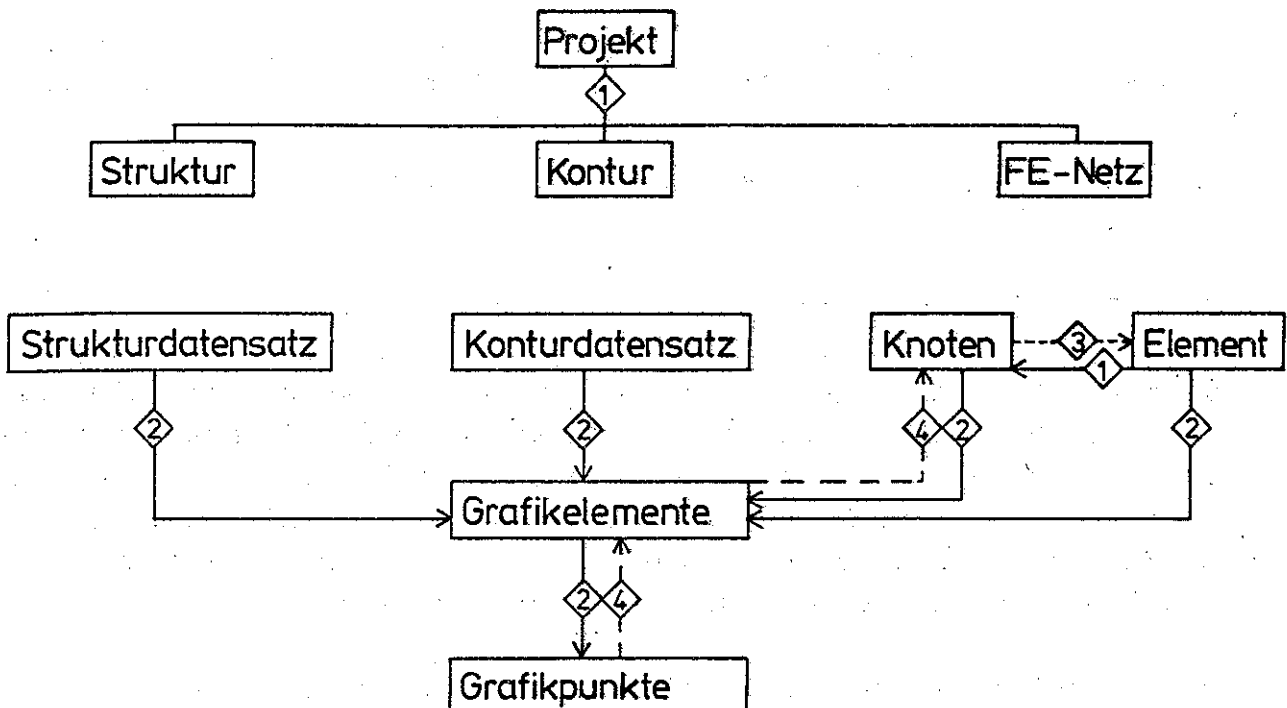
Bild 3.11: Zugriffswege und Relevanz für die Berücksichtigung in der Datenstruktur

Alle Zugriffswege, die so als sehr wichtig (++) erkannt wurden, müssen in der Datenstruktur direkt realisiert sein. Auch die mit wichtig (+) eingestuften Beziehungen sollten vorhanden sein. Es zeigt sich, daß die Beziehungen dieser Relevanz gerade konstitutiv und deshalb bereits vorgesehen sind. Alle übrigen Beziehungen sind für die interaktive Bearbeitung nicht zeitkritisch. Dem Zugriff auf die Daten über diese Beziehungen kann also ein gewisser Aufwand bei der Suche zugestanden werden.

Als Beispiel sei das Identifizieren von Konturelementen mit Suchweg 2.1 oder 2.2 betrachtet. Da hier kein direkter Zugriffsweg von der Grafik zum Konturelement vorgesehen ist, müssen zunächst alle Konturelemente mit Zugriffsweg 4.5 erfaßt werden. Anschließend kann das gesuchte Element über einen Koordinaten-

vergleich algorithmisch identifiziert werden. Da die Anzahl der Konturelemente i.a. relativ klein ist, benötigt diese Vorgehensweise kaum Rechenzeit.

Anders gestaltet sich dies bei der Identifizierung von FE-Knoten, wo durchaus 10.000 Knoten zur Wahl stehen können. Ein Koordinatenvergleich kommt wegen der langen Reaktionszeiten nicht in Frage, weshalb ein direkter Zugriff vom identifizierten Grafikelement (Marke) zum FE-Knoten realisiert sein muß (Zugriffsweg 2.3). Der Zugriffsweg 2.4 zur Identifizierung eines FE-Elementes kann dann über die Identifizierung eines Eckknoten (2.3) und der dazugehörigen Elemente (3.2) schnell auf indirekte Weise realisiert werden.



Realisierte Beziehungen :

- konstitutive Beziehungen: 1 besteht aus
- produktive Beziehungen: 2 wird dargestellt mit Hilfe von
- identifizierende Beziehungen: 3 dient zur Erzeugung von
- identifizierende Beziehungen: 4 dient zur Identifizierung von

Bild 3.12: zu realisierende Objektbeziehungen

3.3.3 Aufbau der Objekte

Die Abbildung der Objekttypen in Datensätze erfordert also nicht nur die Berücksichtigung der Objekteigenschaften, sondern zusätzlich die Einbeziehung der oben ermittelten Objektbeziehungen. Die Möglichkeiten hierzu bietet das erstmals von Codd [COD70] formulierte Relationenmodell. In ihm werden die Objekte und ihre Beziehungen in einem Datensatz (Tupel) zusammengefaßt. Die verschiedenen Formen der Datensätze werden mit Hilfe von Tabellen (Relationen) beschrieben, in denen jede Zeile einem speziellen Objekt entspricht (s.a. [SCHL83]). Die Beziehungen zwischen den Objekten werden durch Schlüsselattribute realisiert.

Im Hinblick auf eine effektive Realisierung der Datenstrukturen ist es sinnvoll, die Anzahl der unterschiedlichen Relationen möglichst gering zu halten. Hierdurch kann der Zugriff auf die Daten beschleunigt werden, da das unnötige 'Hindurchhangeln' durch die Relationen vermieden wird. Dies führt andererseits zu komplexeren Ausprägungen der Relationen, insbesondere, wenn die Anzahl der zu verwaltenden Attribute von Tupel zu Tupel variiert. So kann zum Beispiel die Anzahl von Elementen, die einen FE-Knoten berühren von Knoten zu Knoten unterschiedlich ausfallen. Dies führt zu sog. 'non-first-formatet'-Tupeln, die sich im Laufe der Anwendung erst selbst dimensionieren.

Der Aufbau eines Datenmodells mit Hilfe eines relationalen Schemas ist in Bild 3.13 dargestellt.

Strukturdatentabelle

ID | Attributskennung | Geometriotyp | Infotext | erste Geometrie_ID

Strukturgeometrietabelle

Geometrie_ID | Koordinaten | Attributswert | nächste Geometrie_ID

Konturdatentabelle

ID | Punkt/Strecke | Koordinaten | Verfeinerungsparameter | Grafik_ID

FE-Knotentabelle

ID | Koordinaten | erste FE-Attributs_ID | Grafik_ID | Elementliste

FE-Elementtabelle

ID | erste FE-Attributs_ID | Grafik_ID | Knotenliste

FE-Attributstabelle

ID | Attributskennung | Attributswert | nächste FE-Attributs_ID

Grafikdatensatz

ID | Folie | Grafikelementtyp | Farbe | Grafikpunkt_ID | näch. Grafikdatensatz

Grafikpunkte

ID | Koordinaten | Anzahl Referenzen | FE-Knoten_ID (optional)

Bild 3.13: Aufbau der Relationen, angegeben sind nur die wichtigsten Informationen (ID : kennzeichnende Identitätsnummer, z.B. FE-Knotennummer)

Zur Manipulation der Objekte werden die folgenden Grundoperationen benötigt:

- create zum Einrichten einer Relation
- insert zum Einfügen eines Tupels in eine Relation
- delete zum Löschen eines Tupels aus einer Relation
- request zur Abfrage eines Tupels
- list zur Ausgabe aller Tupel einer Relation

3.3.4 Ein Speichermodell

Den wenigen Objekten und Relationen des Datenmodells steht bei der FE-Methode eine große Datenmenge, also eine große Anzahl von Datensätzen innerhalb der einzelnen Objekttypen gegenüber. Deren Verwaltung ist zusätzlich durch die ständige Zu- und Abnahme der Datenmenge während der interaktiven Bearbeitung gekennzeichnet. Dies erfordert eine dynamische Datenverwaltung, die es erlaubt, zu einem Datentyp beliebig viele Informationen zu verwalten. So sollte zum Beispiel die Anzahl der maximal zu verwaltenden FE-Netzknoten nicht begrenzt sein, um weitere Verfeinerungen zu ermöglichen. Die häufig realisierte Wahl einer praktisch nicht zu erreichenden Obergrenze von z.B. 100.000 Knoten führt zur Bereitstellung von nicht benötigtem Speicherplatz und so zur unnötigen Belastung des Systems.

3.3.5 Listen und Bäume

Stattdessen bietet sich die Verwendung von leistungsfähigeren Datenstrukturen an, wie sie zum Beispiel in [MÜH,75 HOR81, WIR86, STE87] beschrieben werden. Listen und Baumstrukturen erlauben eine dynamische Verwaltung der Daten, da einzelne Datenelemente schnell zugefügt oder entfernt werden können. Gleichzeitig wird der benötigte Speicherbereich belegt oder wieder freigegeben. Der Nachteil dieser Methoden liegt in ihrem höheren Verwaltungsaufwand.

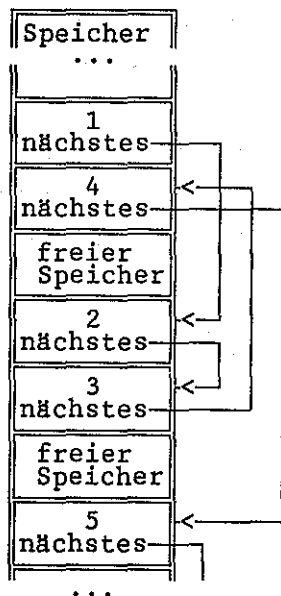


Bild 3.14: Verteilung einer linearen Liste im Speicher

Dieser macht sich bei den Listen durch längere Suchzeiten beim Zugriff auf ein bestimmtes Datenelement bemerkbar. Für jede Abfrage muß die Liste von Beginn an durchlaufen werden, wozu häufig große Sprünge im Speicher notwendig sind.

Baumstrukturen erlauben einen schnelleren Zugriff als Listen. Sie erfordern aber einen zusätzlichen Verwaltungsaufwand, der einen Einsatz nur für wirklich große Datenmengen rechtfertigt.

Eine Baumstruktur ist eine hierarchische Datenstruktur, deren Knoten aus Datenobjekten bestehen. Der erste Knoten des Baumes heißt Wurzelknoten, Knoten ohne Nachfolger heißen Blätter.

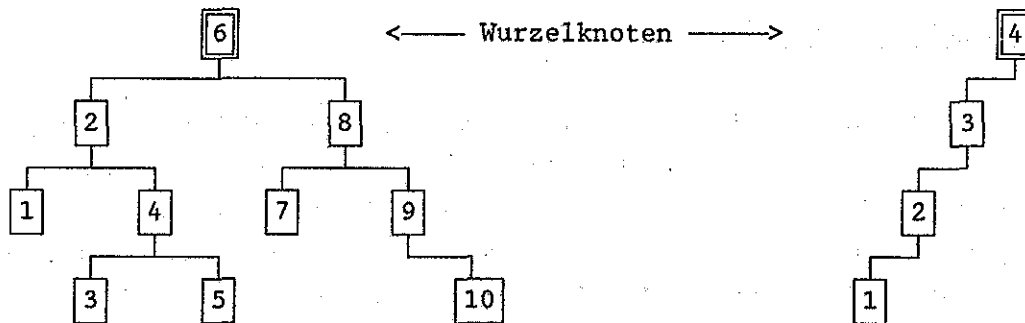


Bild 3.15: binärer Baum mit 10 Knoten und entarteter binärer Baum mit 4 Knoten

Allgemeine Bäume verwalten die Daten nach einem Sortierkriterium, das das Einfügen der Daten in den linken oder rechten Ast entscheidet. So werden bei dem oben dargestellten Baum alle Werte, die größer als oder gleich dem Knotenwert sind, rechts, kleinere links eingeordnet. Dies erfordert an jedem Knoten einen Vergleich der Werte und ist deshalb recht aufwendig. Außerdem können je nach Reihenfolge des Einfügens der Daten sogenannte entartete oder degenerierte Bäume entstehen, die in ihrem Aufbau wieder linearen Listen ähneln. Diese Bäume können nur unter hohem Aufwand wieder umsortiert und in eine gute Baumstruktur überführt werden.

Ein Programm zur interaktiven Bearbeitung von FE-Netzen erfordert eine sowohl dynamische als auch schnelle Datenverwaltung. Einen Kompromiß zwischen diesen sich widersprechenden Anforderungen bietet die im folgenden dargestellte Datenverwaltung als Dezimalbaum.

3.3.6 Eine Baumstruktur für die Verwaltung von FE-Daten

Die Daten eines FE-Problems besitzen verschiedene Eigenschaften, die die Verwaltung in einer Baumstruktur vereinfachen. Zunächst sind alle FE-Daten entweder an die FE-Netzknoten oder an die FE-Elemente gebunden. So gehören z.B. Durchlässigkeitsbeiwerte immer zu je einem bestimmten FE-Element, oder Brunnenfördermengen zu einem FE-Knoten.

Alle zu einem FE-Knoten oder FE-Element gehörenden Parameter bilden einen Datensatz, der durch die zugehörige FE-Knoten- oder FE-Elementnummer identifiziert werden kann. Diese identifizierende Nummer (ID) wird datentechnisch als Schlüssel bezeichnet.

Element-Nr. 1234		Schlüssel
KF-W 0.002		Daten
FLAE 0.320		:
UNTE 16.200		:

Bild 3.16: Datensatz eines FE-Elementes

Die Systematik dieser Nummern zeichnen sich durch einige Besonderheiten aus :

- Es sind natürliche Zahlen.
- Die Nummern sind zwischen 1 und einer größten Nummer (max_nummer) angeordnet.

Mit Hilfe dieser Merkmale kann eine Baumstruktur aufgestellt werden, die aufgrund der Systematik des ihr zugrundeliegenden Schlüssels eine einfache Verwaltung des Baumes erlaubt. Als Schlüssel dient hierbei die FE-Knoten- oder FE-Elementnummer. Diese Nummer wird in ihre Ziffern zerlegt, also z.B. die Nummer 324 in die Ziffern 3, 2 und 4. Jede dieser Ziffern dient zum Einsortieren des zugehörigen Datensatzes in den Baum.

Die Knoten des Baumes sind so angelegt, daß sie die Einsortierung nicht nur zweier Nachfolgeknoten (wie beim binären Baum) sondern von zweimal zehn Nachfolgeknoten, entsprechend den zehn möglichen Ziffern (0-9), erlauben. Hierbei wird zusätzlich noch unterschieden, ob es sich um eine der führenden Ziffern oder um die letzte Ziffer der einzusortierenden Nummern handelt, so daß jeder Knoten 20 Nachfolger hat.

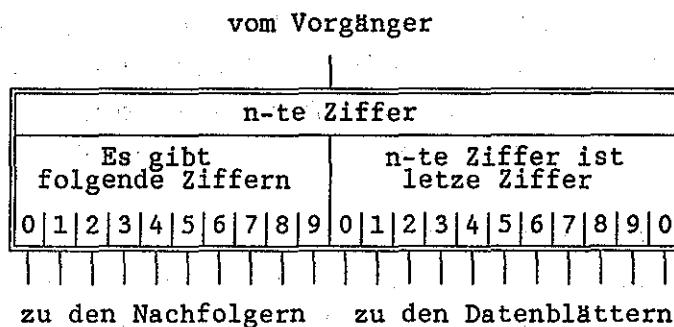


Bild 3.17: Knoten eines Dezimalbaumes

Die Einsortierung der Datenknoten in den Baum orientiert sich nun an der Position der Ziffer im Schlüssel. Ausgehend vom Wurzelknoten wird der Datensatz in jeder Stufe entsprechend der zugehörigen Ziffer einsortiert: am Wurzelknoten, der ersten Stufe entsprechend der ersten Ziffer, in jeder weiteren Stufe n entsprechend der n-ten Ziffer, wobei die Einsortierung anhand der führenden Ziffern in die linken Äste, die anhand der letzten Ziffer in die rechten Äste erfolgt. Da dieser Baum anhand der 10 möglichen Ziffern verwaltet wird, soll er als Dezimalbaum bezeichnet werden.

1. Stufe (Wurzelknoten)

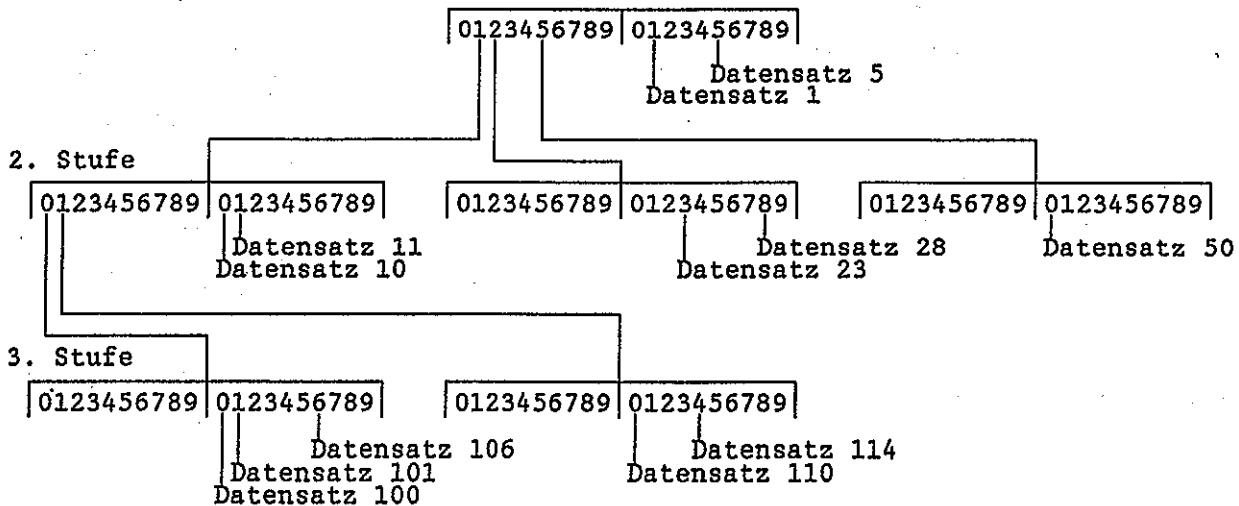


Bild 3.18: 3-stufiger Dezimalbaum

Ein solcher Baum besitzt zahlreiche positive Eigenschaften. Zunächst kann auf jegliche Ausgleichsalgorithmen zur Vermeidung entarteter Bäume verzichtet werden, da der Aufbau des Baumes und die Position eines jeden neu hinzukommenden Datensatzes fest definiert ist. Dies vermindert auch den Aufwand der Einsortierung, da in jeder Stufe nicht mehr verglichen werden muß, sondern die weitere Einsortierung anhand einer Zuweisung erfolgen kann. Schließlich hat der so erstellte Baum nur die dem Problemumfang entsprechende Größe, da die Tiefe (Anzahl der Stufen) des Baumes direkt von der Ziffernzahl der größten zu verwaltenden Nummer abhängig ist. So können z.B. 9999 Datensätze in einem ausgewogenen 4-stufigen Baum verwaltet werden.

Um die Blockierung nicht benötigten Speicherplatzes zu minimieren, wird die Verwaltung des Baumes mit Hilfe von Zeigern realisiert. Ein entsprechender Ast mit den zugehörigen Knoten wird nur dann angelegt, wenn an einem seiner Knoten wirklich ein Datensatz vorhanden ist. Ist dies nicht der Fall, oder wurde der letzte verbliebene Datensatz gelöscht, so wird der entsprechende Zeiger als nicht belegt (Nullzeiger) gekennzeichnet.

Auch die Eintragung der Datensätze selbst erfolgt nicht direkt im Baum. Stattdessen wird für jeden Datensatz ein der zu speichernden Datenmenge entsprechender Speicherbereich zugewiesen, dessen Adresse im verwaltenden Baum eingetragen wird.

Der Quellcode zur Verwaltung eines Dezimalbaumes ist im Anhang in der Programmiersprache C wiedergegeben.

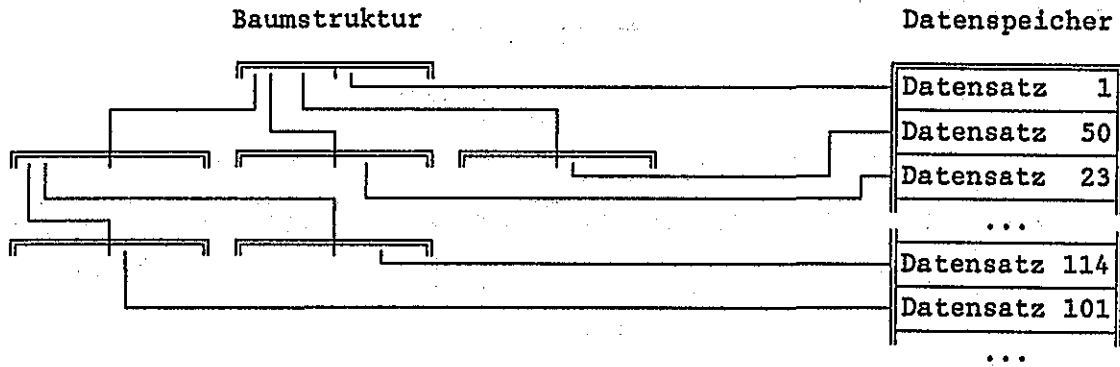


Bild 3.19: Datenverwaltung mit Hilfe einer Baumstruktur und verteilten Datensätzen

3.3.7 Schneller Datenzugriff

Der Wunsch, eine dynamische Datenverwaltung mit schnellen Zugriffsmechanismen zu verbinden, führt zu widersprüchlichen Anforderungen an die Organisation der Daten. Die Datenverwaltung mit Hilfe einer Baumstruktur erlaubt zwar noch den Zugriff auf einen einzelnen Datensatz oder wenige Datensätze in vertretbarer Zeit, der Zugriff auf den gesamten Datenbestand ist jedoch sehr zeitaufwendig.

Bei der Verwendung von Bäumen für FE-Daten treten die Probleme an zwei grundsätzlichen Stellen auf:

- häufiger Datenzugriff:
z.B. wird bei der Interpolation von Daten im ständigen Wechsel auf die unterschiedlichsten Datensätze zugegriffen, ohne daß ihre Gesamtzahl verändert wird.
- Zugriff aufgrund von Kriterien, die nicht als Schlüsselkriterium realisiert sind (Suchen):
z.B. ist beim Identifizieren von Grafikelementen im interaktiven Dialog ein schneller Zugriff mit Hilfe der Koordinaten an Stelle der Nummer notwendig.

Um diese Anforderungen im schnellen Zugriff zu ermöglichen, kann eine gewisse Redundanz in der Datenverwaltung nicht vermieden werden. Neben der eigentlichen Organisation der Datensätze in einem Dezimalbaum werden weitere Zugriffsmechanismen realisiert, und zwar auf der Basis von

- Zeigerfeldern und
- redundanten Bäumen

Zunächst kann aus einem Dezimalbaum ein Feld erzeugt werden, dessen Feldelemente mit Hilfe des Feldindex identifiziert werden und auf den zugehörigen Datensatz verweisen. Ein solches Zeigerfeld erlaubt einen schnelleren Zugriff auf die Daten, solange diese nicht geändert werden. Werden jedoch Daten in den zugehörigen Baum eingefügt oder aus diesem gelöscht, so verliert das Feld seine Gültigkeit. Dies wird mit Hilfe eines entsprechenden Flags vermerkt, woraufhin das Zeigerfeld vor dem nächsten Zugriff neu erstellt werden muß.

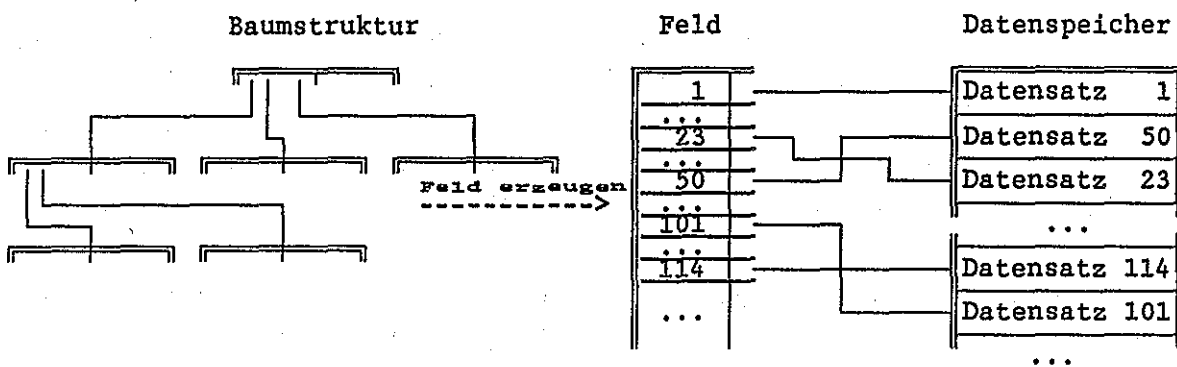


Bild 3.20: Datenverwaltung mit Hilfe einem aus einer Baumstruktur erzeugten Zeigerfeld und verteilten Datensätzen

Die Verwaltung der Daten nach einem anderen Schlüssel kann ebenfalls nur mit Hilfe von redundanten Zugriffsmechanismen ermöglicht werden.

Soll zum Beispiel ein Grafikpunkt mit Hilfe eines gegebenen Koordinatenpaares in der Datenverwaltung gefunden werden, so müßten bei der oben dargestellten Verwaltung alle Punkt-Datensätze durchlaufen und die Koordinaten verglichen werden. Da diese Anforderung häufig vorkommt, muß eine redundante Verwaltung der Punkt-Datensätze realisiert werden, die die Koordinaten als Schlüssel verwendet.

Hierzu wird der Bereich, in dem die Punkte liegen, in 100 x 100 Gitterzellen eingeteilt. Diese Zellen erhalten in x- und y-Richtung einen Index i, j , aus dem sich mit Hilfe eines Offsets je Gitterfeld eine eindeutige Nummer berechnen läßt:

$$\text{Gitterfeldnummer} = i + 100 j$$

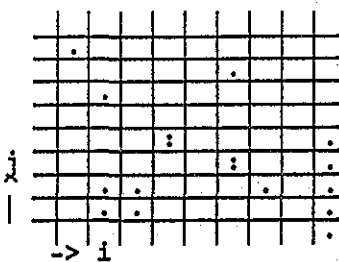
wobei i: Feldindex in x-Richtung
 j: Feldindex in y-Richtung

Aus den Punktkoordinaten lassen sich durch eine entsprechende Transformation die Gitterfelder ermitteln, in denen der jeweilige Punkt liegt. Diese Gitterfeldnummer bildet den Schlüssel zur Einordnung des Punktes in den Baum zur schnellen Punktverwaltung. Befinden sich mehrere Punkte in einem Gitterfeld, so werden sie im Baum in einer gemeinsamen Liste abgelegt.

Zur Identifizierung eines Punktes anhand gegebener Koordinaten wird zunächst die zugehörige Gitterfeldnummer ermittelt. In der zugehörigen Gitterzelle zugehörigen Datensatz befindet sich nur noch eine beschränkte Anzahl von Punkten, zwischen denen durch einen direkten Koordinatenvergleich schnell unterschieden werden kann.

So ist ein schneller Zugriff gewährleistet und es zeigt sich, daß eine Auflösung von $100 * 100$ Gitterfeldern für die Verwaltung von ca. 10.000 Punkten ausreichend ist.

Gitter mit Grafikpunkten



Baumstruktur

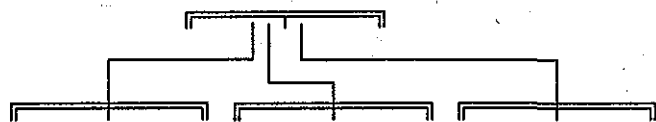


Bild 3.21: Grafikgitter mit Baumstruktur zur schnellen Koordinatenverwaltung

4. Netzgenerierung

Die Netzerstellung ist eine der aufwendigsten Schritte bei der FE-Analyse. Die Eingabe der Knotenkoordinaten und Elementinzidenzen wurde daher schon zu Anfang durch einfache Generierungsmöglichkeiten unterstützt. Die weitere Entwicklung der FE-Preprozessoren hat in den letzten Jahren eine Reihe weiterer Generierungsmöglichkeiten hervorgebracht. Die Anwendungsbereiche dieser Generatoren liegen zwar meist in der Behandlung strukturmehranischer Modelle, die zugrundeliegenden Strategien sind jedoch meist problemunabhängig, so daß sie prinzipiell auch für die Erstellung von FE-Grundwassermodellen verwendet werden können.

Vor jeder Generierung eines FE-Netzes steht die Frage, welche Elementtypen das zu benutzende Berechnungsprogramm zur Verfügung stellt. Die Wahl eines Netzgenerators kann hierdurch stark eingeschränkt werden. Unterschiede ergeben sich

- aus der Dimensionalität der Elemente (1D, 2D, 3D),
- aus der Wertigkeit der Ansatzfunktionen (linear oder isoparametrisch mit Zwischenknoten auf den Elementseiten ?) und
- aus den zur Verfügung stehenden Elementformen (z.B. im 2D häufig nur Dreiecke oder nur Vierecke).

Im Rahmen dieser Arbeit werden nur 2-dimensionale Netze betrachtet. Zur Verwendung von 3-dimensionalen Netzgeneratoren sei auf die entsprechende Literatur verwiesen [SCHW89, BON91]. Das dieser Arbeit zugrundeliegende FE-Programm SICK100 [SCHM89] verwendet 2-dimensionale Drei- und Viereckelemente mit linearen Ansatzfunktionen, d.h. ohne Zwischenknoten auf den Elementseiten, so daß im folgenden auch nur die entsprechenden Verfahren berücksichtigt werden.

4.1 Verfahren zur Netzgenerierung

Die Generierung von FE-Netzen basiert auf zwei Vorgehensweisen. Bremer [BRE86] gibt hierzu eine ausführliche Übersicht. Er unterscheidet die Gruppe der Interpolatoren von der der Triangulatoren.

Interpolatoren setzen die Aufteilung des zu diskretisierenden Problems in drei- oder vierseitige Teilsegmente voraus. Diese Unterteilung hat der Benutzer vorzugeben. Anschließend generiert das Programm die FE-Elemente durch 'Rasterung' der einzelnen Segmente.

Triangulatoren erfordern lediglich die Beschreibung des zu diskretisierenden Problems durch geschlossene Polygone. Die entstehenden Teilflächen werden mit FE-Elementen zu einem FE-Netz aufgefüllt.

<u>Interpolatoren</u>	<u>Triangulatoren</u>
regelmäßige Strukturen	unregelmäßige Strukturen
Segmentierung	keine Segmentierung
regelmäßige FE-Netze	unregelmäßige FE-Netze
niedriger Rechenaufwand	hoher Rechenaufwand

Tabelle 4.1: Gegenüberstellung der Netzgenerierungsmethoden

Eine kurze Auswahl soll die wichtigsten Methoden vorstellen:

Den Einsatz einfacher Interpolatoren zur Erzeugung eines 2D-FE-Netzes zeigt Wassermann [WAS87]. Zur Netzgenerierung wird die zu berechnende Struktur in drei- und viereckige Makroelemente unterteilt und anschließend jedes Makroelement einzeln vernetzt.

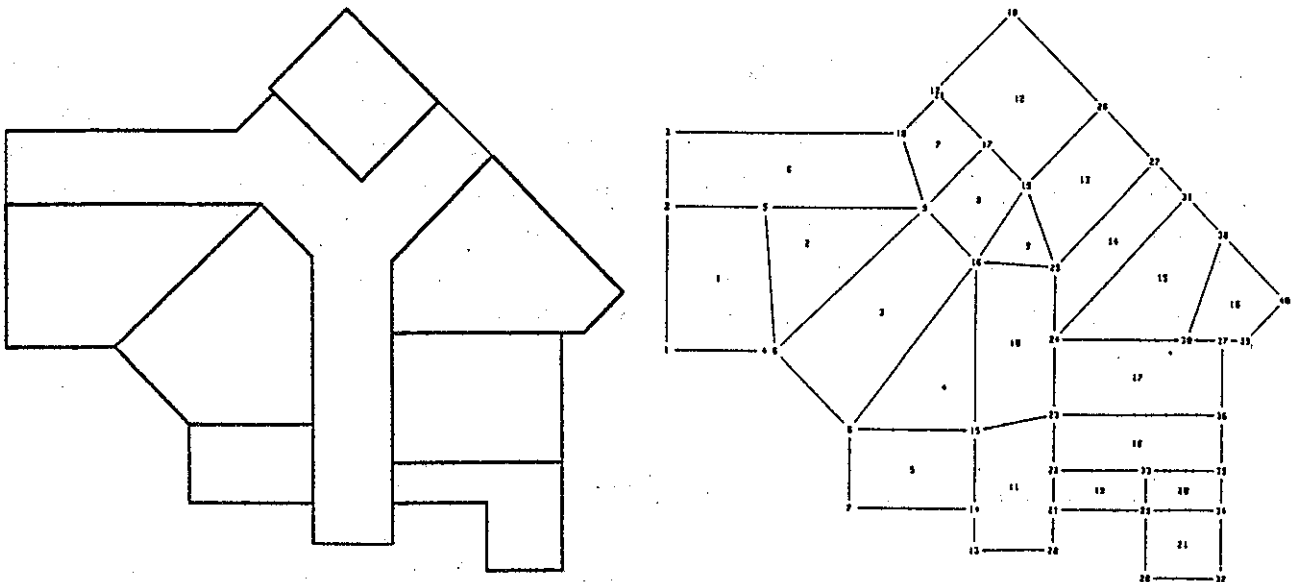


Bild 4.1: Systemskizze, Makroelemente bei der Netzgenerierung nach [WAS87]

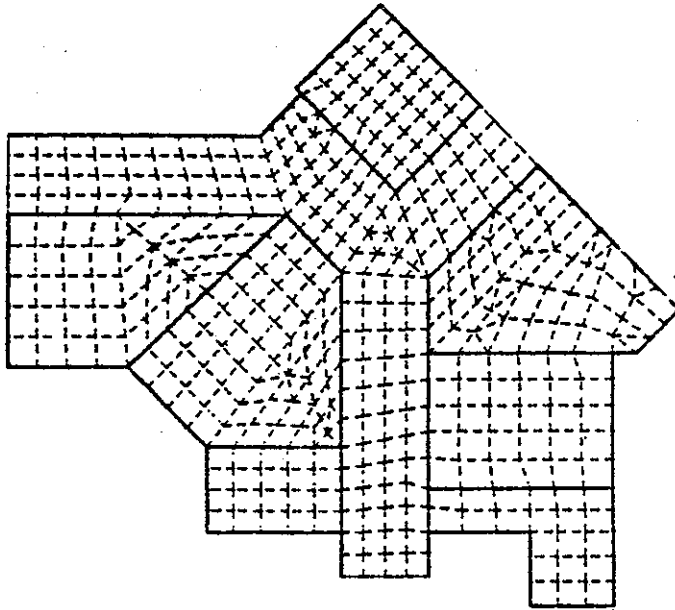


Bild 4.2: FE-Netz bei der Netzgenerierung nach [WAS87]

Bremer [BRE86] bildet ebenfalls Superelemente, erlaubt aber nicht-konstante Randteilungen und isoparametrische Interpolation der Netzknoten.

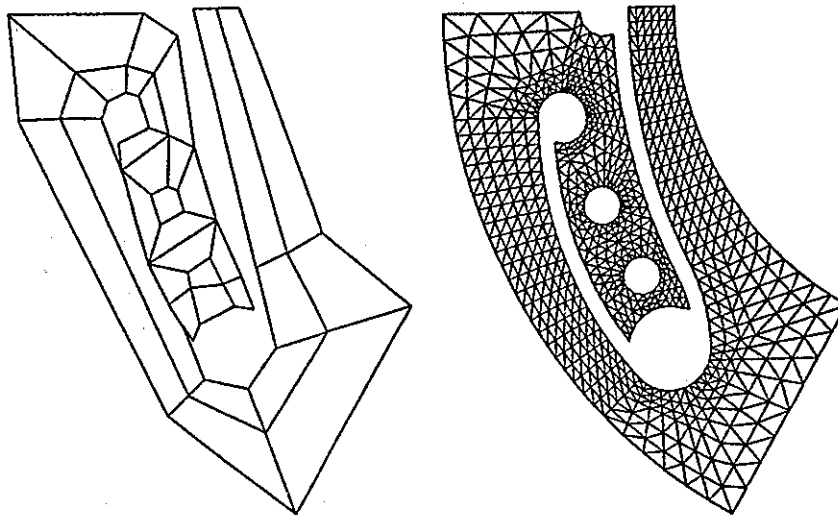


Bild 4.3: Superelemente und FE-Netz nach [BRE86]

Lee [LEE84] ermöglicht die Diskretisierung komplizierterer Strukturen mit Hilfe überlappender Makro-Rechtecke. Bei der Überlagerung der einzelerzeugten Teilnetze werden die Überlappungsbereiche angepaßt.

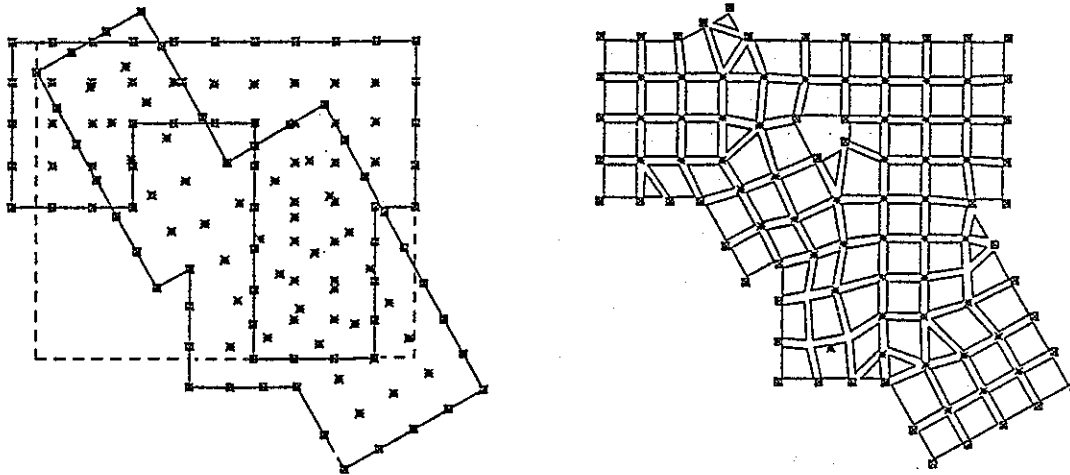
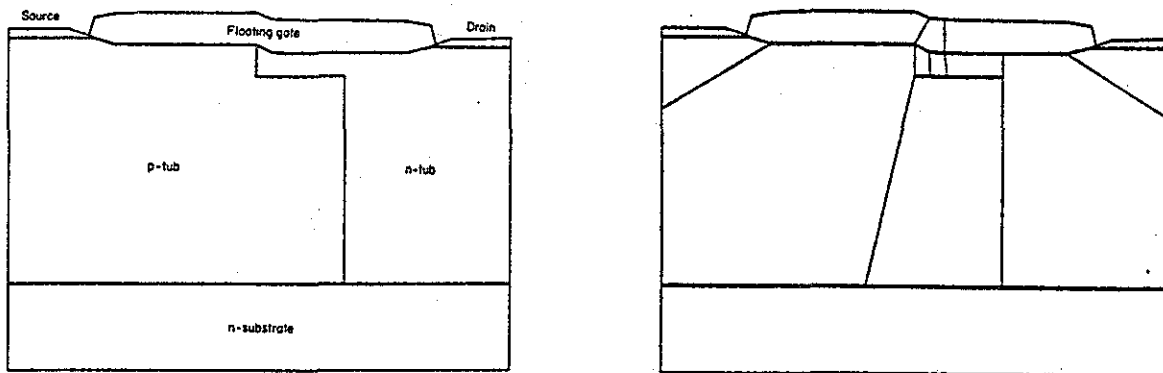


Bild 4.4: Überlappende Makroelemente und FE-Netz nach [LEE84]

Aus der Gruppe der Triangulatoren sei die Vorgehensweise von Joe und Simpson [JOE86] erwähnt. Sie unterteilen ein polygonal begrenztes Gebiet in konvexe Teilgebiete. Diese Bereiche werden anschließend solange weiter geteilt, bis Dreiecke mit gleichlangen Seiten gebildet werden können.



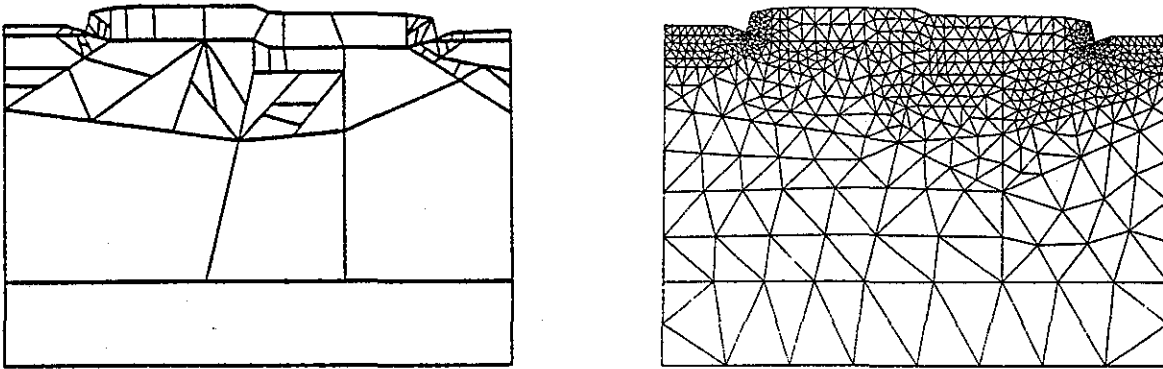


Bild 4.5: Netzgenerierung nach [JOE86]

Die Triangulierung von Nelson [NEL78] basiert auf einem Algorithmus von Frederick [FRE70]. Sie benötigt ein polygonal umrandetes Gebiet und darin angeordnete Punkte. Diese Punkte bilden die zukünftigen Netzknoten und werden vom Algorithmus nicht selbstständig verteilt. Mit Hilfe eines Triangulierungsverfahrens werden sie durch Dreiecke zu einem Netz verbunden. Zusätzlich erlaubt der Algorithmus die Berücksichtigung von inneren Zwangslinien und Löchern.

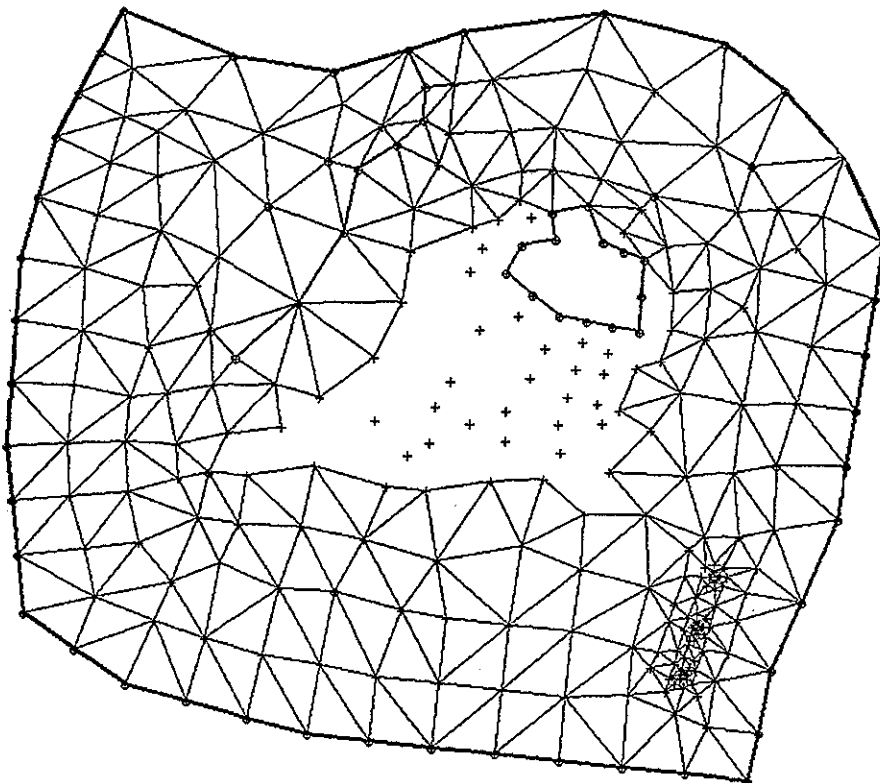


Bild 4.6: Netzgenerierung durch Triangulierung nach [NEL87]

4.2 Bewertung der Verfahren

Zum Vergleich der aufgeführten Verfahren müssen die Einsatzbereiche betrachtet werden, für die sie entwickelt wurden. Es zeigt sich, daß jede Vorgehensweise Spezifika aufweist, die den Einsatz für bestimmte Probleme erleichtert, für alle anderen aber erschwert.

Wassermann setzt seinen Netzgenerator bei der statischen Berechnung von Hochbau-Bauwerken ein. Hier sind es die Platten- und Scheibenprobleme, die aufgrund ihrer gradlinigen Begrenzungen und Materialhomogenität eine Rastergenerierung begünstigen. Bremer verwendet seine Generatoren bei der Berechnung von Grundbau-Bauwerken, insbesondere bei Tunneln. Auch hier wird das Problem geometrisch durch einfache Polygone begrenzt, das Erdreich als homogen oder mit wenigen Schichten idealisiert. Auch hier bietet sich der Einsatz von Segment-Interpolatoren an.

Triangulatoren werden bei der Diskretisierung von geometrisch stark unregelmäßigen Problemen eingesetzt. Joe und Simpson verwenden ihren Algorithmus zur Triangulierung offener Gewässer bei der Strömungsberechnung und bei Baugrundproblemen. Hierbei handelt es sich um kompliziert berandete, aber nahezu homogen strukturierte Probleme.

Zur Beurteilung des Einsatzes dieser Verfahren bei der Simulation von Grundwasserströmungen muß daher zunächst die Problemsituation der Grundwassermodelle betrachtet werden.

Grundwassermodelle werden meist als zweidimensionale Modelle idealisiert, bei denen der Grundwasserstrom in der dritten Dimension als konstant verteilt betrachtet, also gemittelt wird. Diese 2D-Modelle werden entsprechend dem betrachteten Problem entweder als

- 2D-Vertikalmodelle oder als
- 2D-Horizontalmodelle erstellt.

Vertikalmodelle beschreiben meist ein relativ gradlinig berandetes, homogenes Problem. So werden z.B. bei einer zu simulierenden Dammdurchströmung der Damm und das umgebende Erdreich gradlinig begrenzt. Der durchströmte Boden besteht i.a. aus wenigen Schich-

ten, so daß ein strukturiertes Modell entsteht. Hier ist der Einsatz von Rastergeneratoren und -interpolatoren möglich. Allerdings erfordert die Unterteilung des Modells in Vier- und Dreiecksegmente einen recht hohen Aufwand, z.B. gegenüber einer zu diskretisierenden Deckenplatte, die meist mit nur 5-10 Segmenten dargestellt werden kann, so daß der Einsatz in Frage gestellt werden muß.

Horizontalmodelle zeichnen sich durch starke Unregelmäßigkeiten und Inhomogenitäten aus. Dies beginnt bei der Modellberandung, die meist Flüssen und Vorflutern folgt oder durch andere hydrogeologische Bedingungen gegeben ist. Auch das Innere des Modellgebietes ist stark inhomogen. Einerseits befinden sich im Modellgebiet meist weitere Flüsse, Vorfluter und Seen, die eine filigrane Aufteilung erfordern, andererseits müssen 'unsystematisch' verteilte Punkte, die z.B. Förderbrunnen oder Grundwassermeßstellen repräsentieren, berücksichtigt werden. Hier ist der Einsatz von Triangulatoren unumgänglich. Sie erlauben eine beliebige Umrandung des zu vernetzenden Bereiches. Allerdings erlaubt der Algorithmus von Joe nicht die Einbeziehung innerer Zwangspunkte. Nelson hingegen setzt gleich alle inneren Punkte voraus, um sie dann vernetzen zu können.

Einen Überblick über die Möglichkeiten der Generatoren im Hinblick auf die Verwendung bei der Erstellung von Grundwassermodellen zeigt Tabelle 4.2:

[WAS87] [BRE86] [LEE84] [JOE86] [NEL78]

Generatortyp	Interpolator		Triangulator	
Umrandung	Polygon linear	Polygon isoparam.	Polygon	linear
Berücksichtigung von Löchern im Gebiet	manuell, bei Wahl der Makroelemente		durch Randpolygon	
Berücksichtigung von vorgegebenen Punkte im Gebiet	nein		ja	
Berücksichtigung von vorgegebenen Polygonen im Gebiet	manuell, bei Wahl der Makroelemente		durch Randpolygon	
manueller Aufwand der Eingabe	hoch		gering	
Aufwandsteigerung durch komplexe Berandung	gross		mittel	gering

Tabelle 4.2: Vergleich der grundlegenden Generierungsverfahren

Weitergehende Vergleiche der Methoden bezüglich der Rechengeschwindigkeit und Elementqualität finden sich bei [HOF86] und [MOS81].

Es zeigt sich, daß keine der verfügbaren Methoden direkt für die Netzerzeugung bei Grundwasserberechnungen verwendet werden kann. Die besten Möglichkeiten bietet noch der Nelson-Algorithmus, wenn zuvor auf einfache Weise die zu vernetzenden Punkte generiert werden könnten. Das Verfahren wäre dann sowohl für Horizontalmodelle als auch für Vertikalmodelle einsetzbar.

4.3 Netzgenerierung bei Grundwasserproblemen

Die Netzerstellung bei der Simulation von Grundwasserströmungen mit dem Programmsystem SICK100 erfolgt bisher mit Hilfe des Nelson-Algorithmusses [BET83]. Die hierzu erforderlichen Netzpunkte mußten zuvor mit Hilfe eines Editors oder Digitalisierendes einzeln eingegeben werden. Nach der zusätzlichen Eingabe der Randpolygone wurde das Netz generiert. Dieses Netz konnte nachträglich um Singularitäten, wie Förderbrunnen oder durch Einfügen einzelner zusätzlicher Netzknoten lokal verfeinert werden. Eine durchgängige Vorgehensweise der Modellerstellung war aber noch nicht vorgesehen.

Bei der systematischen Modellerstellung verwendet der Diskretisierungsschritt die bereits beschriebene Kontur. Sie enthält die zur Netzgenerierung notwendigen geometrischen Informationen, zusammengesetzt aus Polygonen und Punkten. Diese werden um Steuerparameter ergänzt, die einen direkten Einfluß auf die Netzdichte und die Modellierung von Verfeinerungsbereichen haben. Ein Generierungsalgorithmus erlaubt die Erzeugung von Punkten nach einer lokalen Strategie.

Diese Punkte werden anschließend vernetzt, wobei globale Ausgleichmechanismen die Erstellung eines möglichst gut gestuften FE-Netzes gewährleisten. Verschiedene Modifikationsmöglichkeiten erlauben die Nachbearbeitung der Geometrie.

4.3.1 Punktgenerierung

Die Erzeugung der FE-Netzknoten folgt zwei Zielen. Einerseits sollen lokale Einflüsse durch eine entsprechende Netzdichte oder -verdichtung realisiert werden, andererseits bilden die Punkte die Grundlage der folgenden Vernetzung und somit der globalen Anbindung einzelner Einflüsse. Die Berücksichtigung beider Kriterien in einem Generierungsschritt erweist sich von den Voraussetzungen her als zu aufwendig, die Einbeziehung häufig vorkommender Sonderfälle in eine geschlossene Strategie als unmöglich.

Zur Punktgenerierung werden daher die Konturelemente mit Generierungsparametern belegt, die zunächst lokal eine bestmögliche Punktverteilung gewährleisten. Die Kontur setzt sich aus zwei Grafikelementtypen zusammen, der Konturstrecke und dem Kontur-

punkt. Zur Punkterzeugung werden diese mit entsprechenden Parametern versehen:

- Konturstrecken oder aus diesen zusammengesetzte Polygone erhalten Teilungsparameter, die sie in äquidistante oder beliebige Teilstrecken unterteilen und die als Grundlage der zu erzeugenden umliegenden Punkte dienen.
- Konturpunkte erhalten Parameter, die festlegen, ob um diesen Punkt eine lokale Verfeinerung vorzusehen ist, wie z.B. um einen Förderbrunnen, und wie diese Verfeinerung beschaffen sein soll. Für die übrigen Bereiche wird eine mittlere Netzdichte vorgewählt.

Aufgrund dieser Informationen kann die Punktgenerierung vorgenommen werden. Eine Unterteilung bzw. Segmentierung des Gebietes findet nicht statt.

Konturstrecken und -polygone repräsentieren hydrogeologische linienförmige Gegebenheiten, die bei der Konstruktion des Netzes berücksichtigt werden sollen. Dies sind zum Beispiel der Modellrand oder Vorfluter und Seen im Inneren des Modells, die im FE-Netz durch Elementseiten repräsentiert werden sollen. An kurzen Strecken werden daher an den Endpunkten FE-Knoten erzeugt, die bei der späteren Triangulierung mit einer Seite eines anliegenden FE-Elementes verbunden werden. Bei längeren Konturstrecken käme es aber zu überlangen Elementseiten, so daß auf den Strecken Zwischenpunkte angelegt werden müssen, die eine Unterteilung durch kürzere Elementseiten erlauben. Hierzu werden auf diesen Konturstrecken Teilungsparameter zur Erzeugung linear oder beliebig angeordneter Teilungspunkte vorgesehen.

Bei der Generierung der FE-Knoten anhand der Konturstrecken werden zunächst an den Endpunkten der Strecken und den gewählten Teilungspunkten Netzpunkte erzeugt. Anschließend werden weitere Punkte um diese Strecke generiert, indem für jeden Teilungspunkt zwei weitere Punkte normal zur Konturstrecke platziert werden. Der Abstand zur Strecke, der Generierungsabstand l_1 , entspricht zunächst dem mittleren Abstand der beiden nächstliegenden Teilungspunkte. End- oder Eckpunkte eines Konturpolygons werden entsprechend behandelt, jedoch richtet sich die Generierungs-

richtung nach dem eingeschlossenen Winkel. An Winkeln kleiner als 135 Grad werden keine weiteren Punkte erzeugt, an Winkeln größer als 270 Grad werden mehrere Punkte generiert.

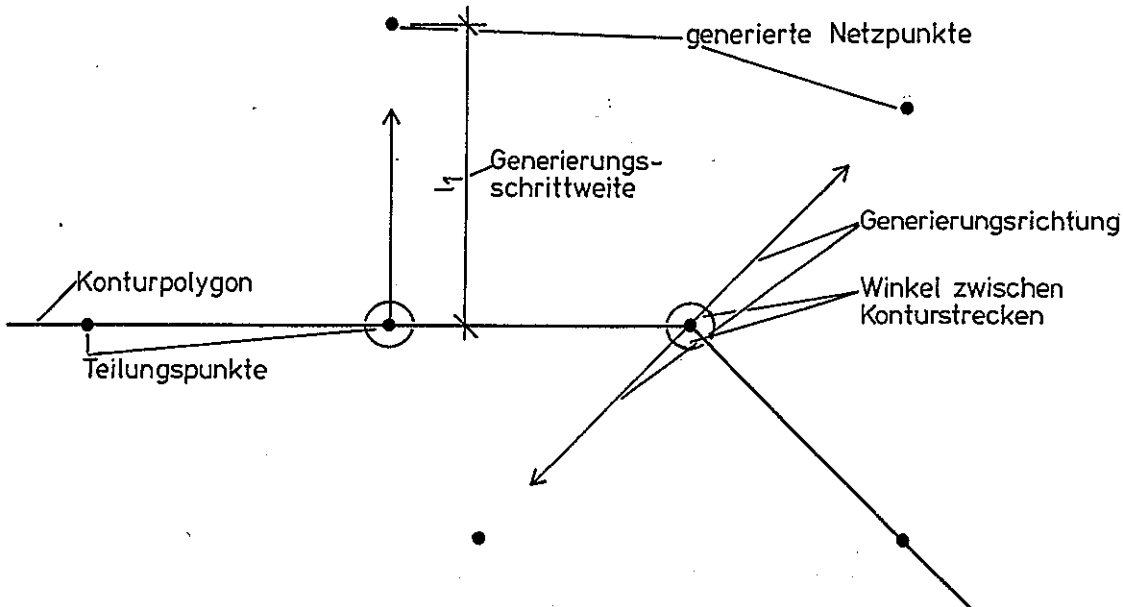


Bild 4.7: Konturteilungspunkte und Kontur Eckpunkt mit generierten Netzpunkten

Sind für alle Teilungspunkte neue Netzpunkte erzeugt worden, wird der Generierungsabstand vergrößert, wobei im n-ten Durchlauf l_n den Wert

$$l_n = l_1 * n$$

annimmt. Dies wird für jeden Teilungspunkt solange wiederholt, bis eines der folgenden Abbruchkriterien erfüllt ist:

- n erreicht eine vorgegebene Schranke oder
- der zu erzeugende Punkt hat zum nächsten Netzpunkt einen Abstand $d < l_1/3$ oder
- der Abstand des zu erzeugenden Punktes zur Basis-konturstrecke ist größer als der zu einer anderen, die Generierungsrichtung schneidenden Konturstrecke oder
- es gibt keine die Generierungsrichtung schneidende Konturstrecke; in diesem Fall werden in dieser Richtung keine Punkte generiert (Richtung nach außen).

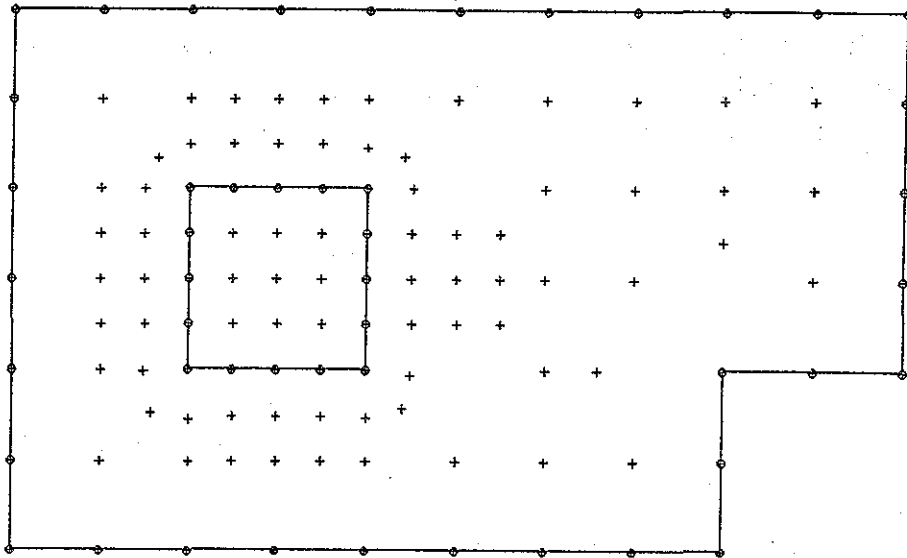


Bild 4.8: Kontur aus zwei Polygonzügen und generierte Netzpunkte

Konturpunkte kennzeichnen entweder Punkte, die nur eine geometrische Relevanz besitzen, wie zum Beispiel Grundwassermeßstellen oder Punkte, an denen eine Singularität erwartet wird, wie an Brunnen oder lokalen Einleitungen.

Punkte mit rein geometrischer Relevanz werden direkt als Netzpunkte übernommen.

Punkte, die eine Singularität kennzeichnen, werden gesondert berücksichtigt. In ihrer Nähe weist die Lösungsfunktion einen starken Gradienten auf, dessen Größe von der Stärke der Singularität abhängt. Um diese lokalen Effekte in der FE-Berechnung berücksichtigen zu können, wird das Netz um den singulären Netzpunkt verfeinert. Die apriori-Wahl dieser Verfeinerung kann durch eine Abschätzung anhand der analytischen Lösung des Brunnenproblems und der zugehörigen FE-Formulierung erfolgen. Die sogenannte Brunnenformel liefert die Standrohrspiegelhöhen im Einzugsgebiet eines vollkommenen Brunnens [HOF86] für den Fall eines homogenen Grundwasserleiters:

$$h_1 - h_2 = \frac{Q}{2 \pi k_f M} (\ln r_1 - \ln r_2)$$

mit h_1, h_2 Potentialhöhe
 r_1, r_2 zugehörige Entfernung von der Brunnenachse
 Q Quellstärke des Brunnens
 M Mächtigkeit des Grundwasserleiters
 k_f Durchlässigkeit des Bodens

Hieraus läßt sich die Standrohrspiegelhöhe h_b am Brunnen mit Hilfe des Brunnenradius r_b errechnen:

$$h_b = h_1 - \frac{Q}{2 \pi k_f M} (\ln r_1 - \ln r_b)$$

mit h_b Potentialhöhe am Brunnen
 r_b Brunnenradius

Zur FE-Berechnung werden die FE-Elemente so um den Brunnen angeordnet, daß eine radiale Verfeinerung des Netzes entsteht. Die Verfeinerung wird durch die Anordnung einer jeweils konstanten Anzahl von Punkten auf konzentrischen Kreisen erreicht.

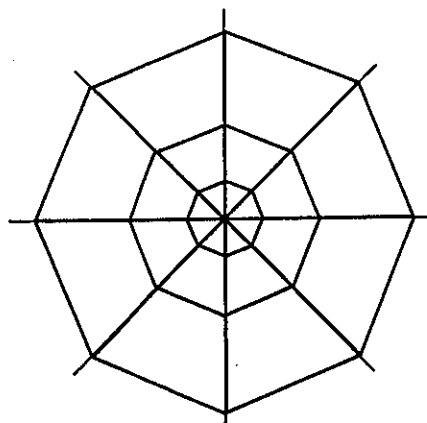


Bild 4.9: Radiale Brunnenverfeinerung

Zur Angleichung der FE-Lösung an die logarithmische Form der Absenkkurve sind die Radien exponentiell gestuft. Ausgehend von einem inneren Anfangsradius r_n werden alle weiteren Radien r_i bis zum äußeren Radius r_1 wie folgt ermittelt:

$$r_i = r_n * e^{(n-i)}$$

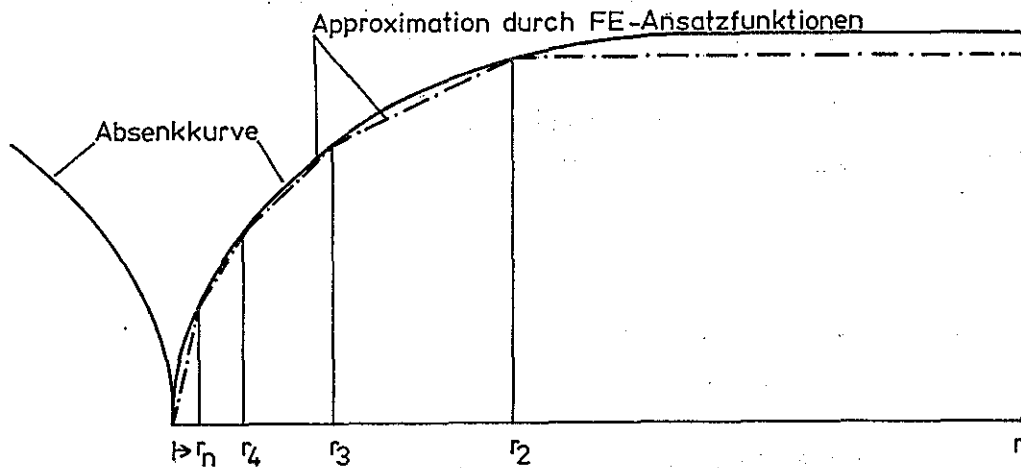


Bild 4.10: Approximation eines Brunnen-Absenktrichters durch eine FE-Lösung

Wählt man als Bezugsradius für die Verfeinerung nicht den inneren Radius r_n , sondern den äußeren Radius r_1 und bezeichnet mit n die Anzahl der berücksichtigten Radien, so erhält man zu einem festen Aussenradius r_1 n verschiedene Verfeinerungen. Aus dem FE-Netz der Verfeinerungsstufe n entsteht das Netz der Stufe $n+1$ durch Anordnung eines weiteren Radius' im inneren Elementring. Die errechnete Absenkkurve wird so mit jedem neuen Ring verbessert, die Potentialhöhe $h_{j^{m+1}}$ nähert sich dem tatsächlichen Absenkziel immer mehr an.

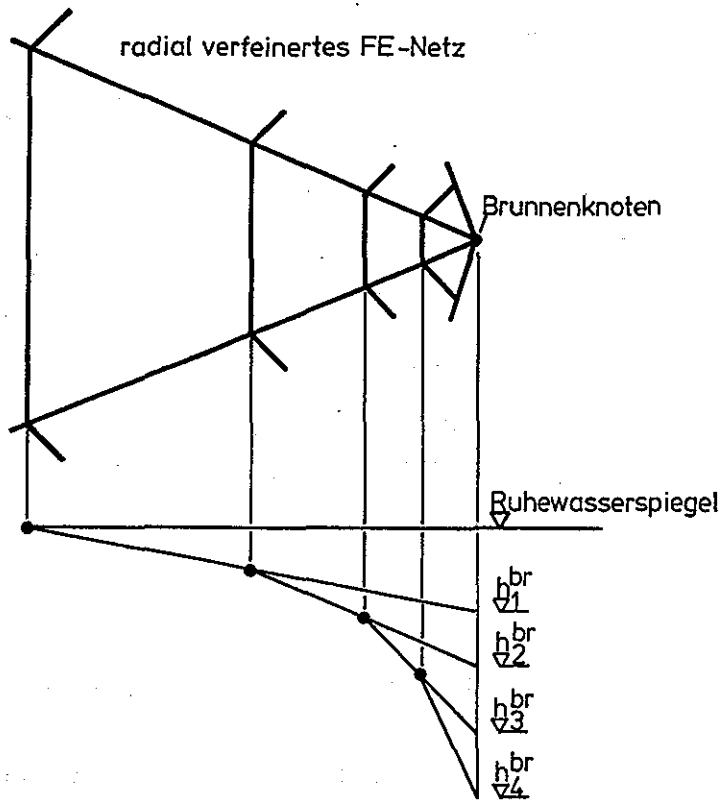


Bild 4.11: Modellierung des Absenktrichters eines Brunnens durch verschiedene Stufen der radialen Verfeinerung

Die im Modell erwartete Absenkkurve lässt sich mit Hilfe der FE-Formulierung schon vor der eigentlichen Berechnung abschätzen. Hierzu wird nur ein Kreissektor des Absenktrichters betrachtet, wodurch sich das Problem auf eine Dimension reduziert.

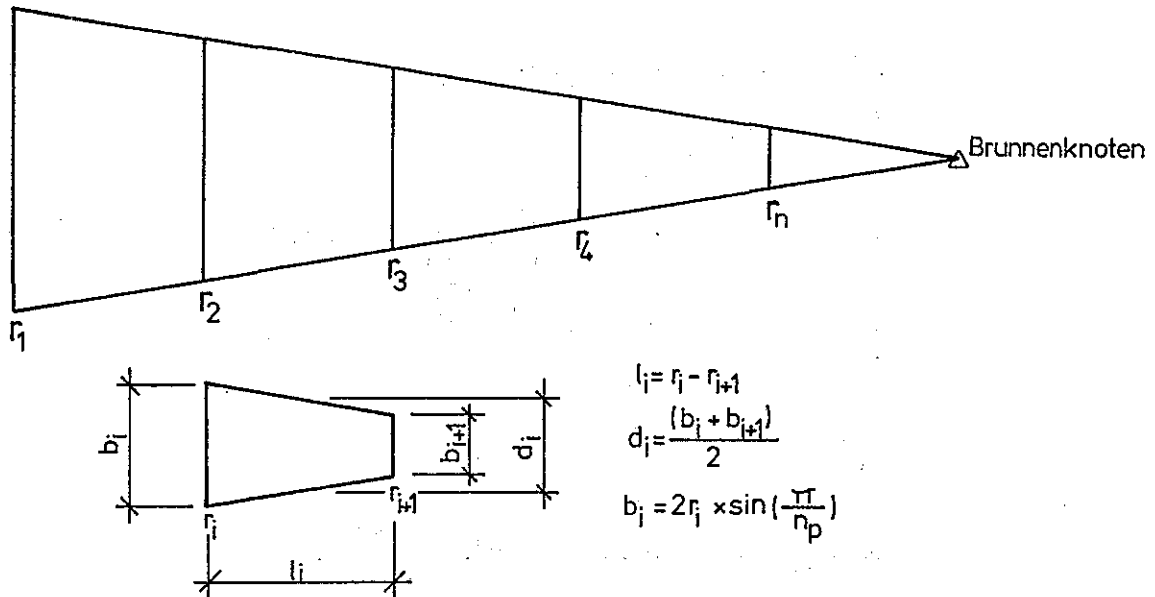


Bild 4.12: Kreissektor einer Brunnenverfeinerung mit geometrischen Beziehungen

Am eindimensionalen, linearen Element gelten folgende Beziehungen:

$$\Delta h = \frac{q_e * l}{k_f * A} = \frac{q_{ges} * l}{n_p * k_f * M * d}$$

mit

- q_e Brunnenförderung je Kreissektor = q_{ges}/n_p
- q_{ges} Brunnenförderung
- n_p Anzahl Punkte je Radius = Anzahl Kreissektoren
- M Mächtigkeit des Grundwasserleiters
- k_f Durchlässigkeit des Bodens
- l Filterlänge (Elementlänge)

oder je Verfeinerungsradius

$$h_{i+1} = h_i - \frac{q_{ges} * l_i}{n_p * k_f * M * d_i}$$

nach Einsetzen der geometrischen Beziehungen und der exponentiell gestuften Radien:

$$h_{i+1} = h_i - \frac{q_{ges}}{n_p \cdot k_f \cdot M} * \frac{1}{\sin(\pi/n_p)} * \frac{e^1 - 1}{e^1 + 1}$$

Bezogen auf die Standrohrspiegelhöhe h_1 am Außenradius r_1 ergibt sich hieraus die Höhe am n -ten Radius zu

$$h_n = h_1 - (n-1) \frac{q_{ges}}{n_p \cdot k_f \cdot M} * \frac{1}{\sin(\pi/n_p)} * \frac{e^1 - 1}{e^1 + 1}$$

Die Potentialdifferenz zwischen dem inneren Verfeinerungsknoten und dem Brunnenknoten ergibt sich zu

$$h_{mit} = h_n - \frac{q_{ges}}{n_p \cdot k_f \cdot M} * \frac{1}{\sin(\pi/n_p)}$$

Für eine homogene Aufgabenstellung kann somit der Fehler der FE-Lösung als Differenz der numerischen zur analytischen Lösung direkt berechnet werden:

$$e = h_n - h_b$$

$$= \frac{q_{ges}}{k_f \cdot M} \left[\frac{1}{n_p \sin(\pi/n_p)} \left[\frac{(n-1)(e^1-1)}{e^1+1} + 1 \right] - \frac{1}{2\pi} (\ln r_1 - \ln r_b) \right]$$

Zur Wahl einer Verfeinerung um eine Singularität können somit bei Vorgabe einer Fehlerschranke für e die notwendige Anzahl und Position der FE-Knoten bestimmt werden. Zunächst wird der Aussenradius r_1 bestimmt (z.B. r_1 = mittlere Elementseitenlänge der umliegenden Elemente). Durch die iterative Wahl der Anzahl der Verfeinerungsradien kann dann die gewünschte Genauigkeit erzielt werden.

Als Beispiel soll eine Verfeinerung um eine Entnahme von $q_{ges} = 0.025 \text{ m}^3/\text{s}$ durch einem Brunnen mit dem Brunnenradius $r_B = 0.2 \text{ m}$ aus einem Grundwasserleiter mit einer Mächtigkeit von $M = 20 \text{ m}$ und einem k_F - Wert von 0.003 m/s ermittelt werden. Die analytische Lösung liefert hierfür eine Absenkung von 0.565 m .

- Wahl des Außenradius r_1 zu 1000 m
- Wahl der Punkte pro Radius zu $n_P = 8$
- iterative Bestimmung der Anzahl Radian n :

Anzahl Radian	r_n [m]	$h_{m,t}$ [m]	Fehler e [m]
1	1000.0	0.136	0.429
2	367.9	0.199	0.366
3	135.3	0.262	0.303
4	49.8	0.325	0.240
5	18.3	0.387	0.177
6	6.7	0.451	0.114
7	2.5	0.513	0.051
8	0.9	0.576	-0.015
9	0.3	0.639	-0.074
10	0.1	0.702	-0.137

Es zeigt sich, daß eine unachtsame Verfeinerung, bei der r_n kleiner als der Brunnenradius gewählt wird, das Ergebnis wieder verschlechtert. Außerdem gelten in direkter Brunnennähe die grundlegenden Annahmen der turbulenzfreien Strömung nicht mehr, so daß auf eine Verfeinerung auf einen derart kleinen Maßstab verzichtet werden sollte.

Die weitere Vorgehensweise der Knotengenerierung ist der Vorgehensweise bei der Punkterzeugung bei Konturstrecken angepaßt. Ausgehend vom Singularitätsknoten werden entsprechend der gewählten Anzahl Knoten pro Radius n_P Generierungsvektoren bestimmt. Die Abstände der Knoten auf diesen Vektoren errechnen sich anhand des inneren Radius r_n und der e -Verteilung.

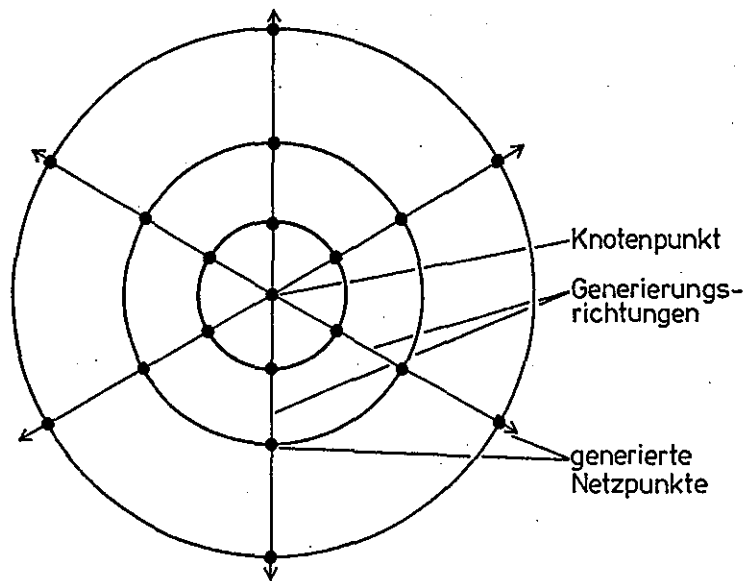


Bild 4.13: Konturpunkt und generierte Netzpunkte

Durch diese beiden Punkterzeugungsstrategien ergeben sich Punktverteilungen, die zu lokal günstigen Netzstrukturen führen. Durch das Aneinanderwachsen der generierten Punktwolken werden dazwischenliegende Hohlräume aufgefüllt. Die Übergangsbereiche erhalten zunächst eher zufällige Strukturen, die aber aufgrund der Abbruchkriterien meist günstig ausfallen. Nach der Elementgenerierung können evtl. entstandene schlechte Elementproportionen durch die im weiteren vorgestellten Netzglättung verbessert werden.

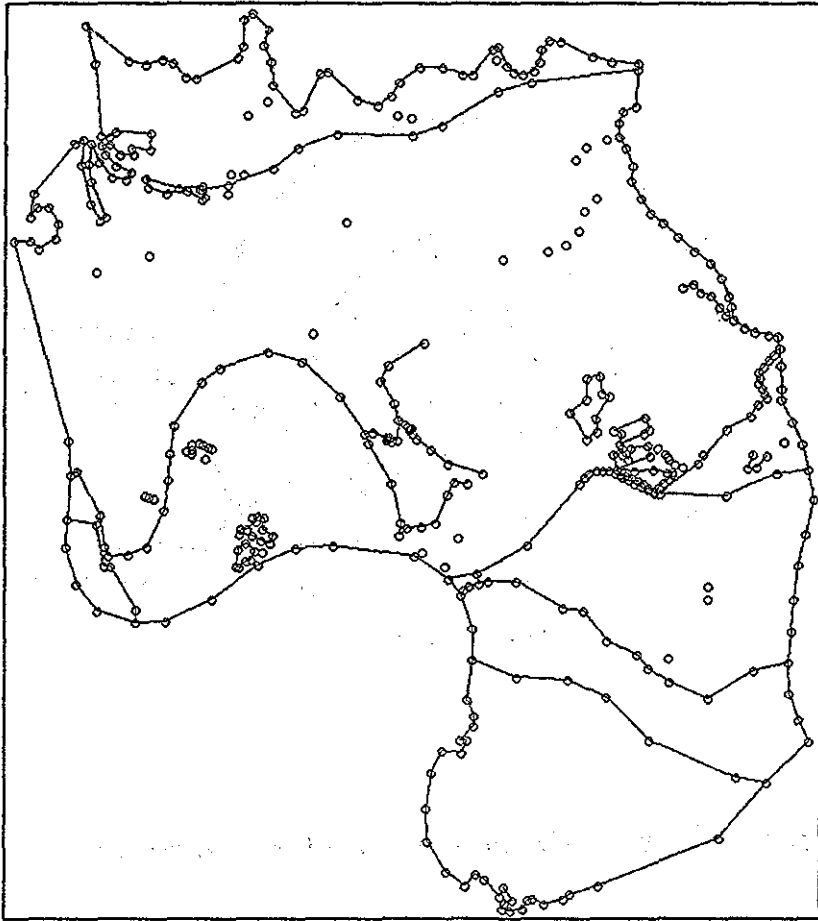


Bild 4.14: Konturlinien und -punkte

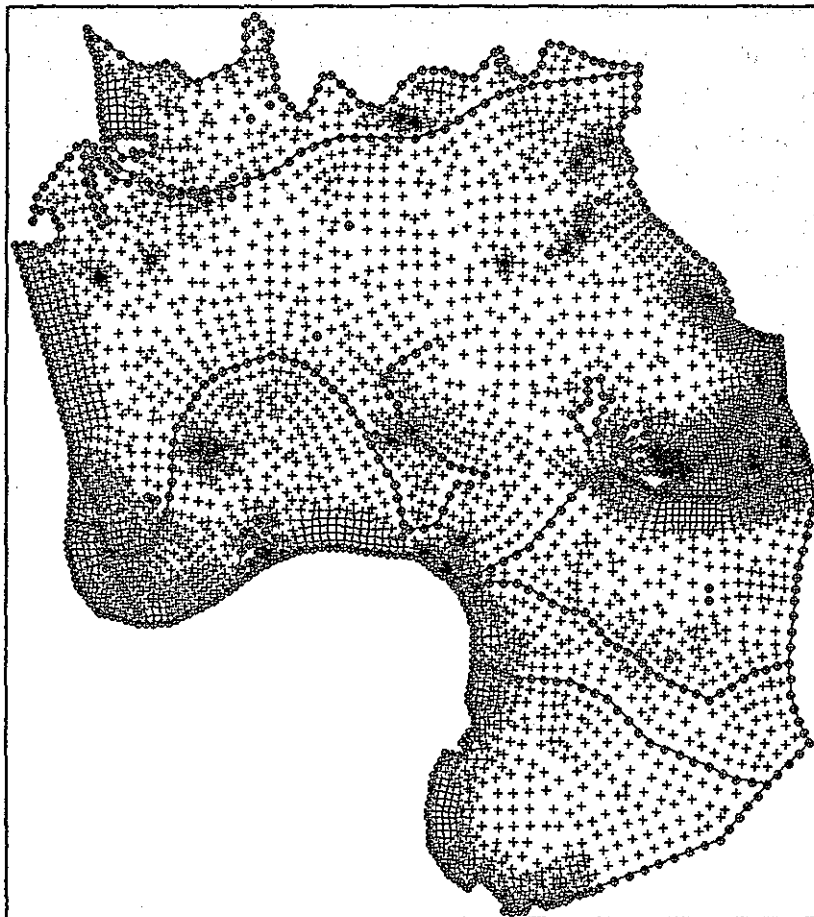


Bild 4.15: Konturlinien- und punkte und generierte Netzpunkte

4.3.2 Triangulierung

Die Triangulierung eines Netzes mit Hilfe des Nelson-Algorithmus erfordert zwar die Vorgabe aller Netzknoten, erlaubt aber die Vorgabe von beliebigen Polygonen am Rand und im Inneren. Diese Polygone können für die Beschreibung und Berücksichtigung von drei für die Modellierung von Grundwasserströmungen elementaren Strukturen genutzt werden:

- Das Außenrand-Polygon kennzeichnet den äußeren Rand des zu vernetzenden Gebietes, wobei zum Beispiel einspringende Ecken von der Generierung ausgenommen werden können.
- Offene innere Polygone beschreiben den Verlauf von Vorflutern. Die Teilstrecken dieser Polygone werden bei der Vernetzung als Elementseiten berücksichtigt, so daß auch im FE-Netz der Verlauf der Vorfluter wiedererkennbar ist.
- Geschlossene innere Polygone umfahrene Flächen im Gebiet, die von der Generierung ausgenommen werden sollen. So können Seen (mit gleichem Potential an allen Eckknoten) oder Spundwände (versehen mit einer ideellen Breite) leicht berücksichtigt werden.

Diese Polygone können aufgrund der oben dargestellten Vorgehensweise der Modellbildung direkt aus den Konturdaten übernommen werden. Für den Anwender entsteht kein zusätzlicher Aufwand.

Die Arbeitsweise des Nelson-Algorithmus beruht auf einer lokalen Strategie, mit der ein Dreieck nach dem anderen konstruiert wird. Ausgehend von einer Basisstrecke sucht der Algorithmus mit Hilfe verschiedener Kriterien den optimalsten Knoten zur Bildung eines neuen Dreieckes. Die beiden entstehenden neuen Elementseiten dienen als neue Basisstrecken für die folgenden Generierungsschritte. Liegen diese Basisseiten auf einem der Randpolygone, so wird die Generierung an dieser Seite nicht fortgesetzt. Auf diese Weise 'hangelt' sich der Generator Punkt für Punkt durch das zu vernetzende Gebiet, bis alle Basisseiten für die Generierung eines neuen Elementes genutzt wurden.

4.3.3 Viereckgenerierung

Die Verwendung von Vierecken in FE-Netzen hat gegenüber Dreiecksnetzen verschiedene Vorteile. Einerseits wird durch die Zusammenfassung von zwei Dreiecken zu einem Viereck der Datenaufwand halbiert, andererseits kann durch Vierecke die Lösung verbessert werden. Dies gilt, wie König [KÖN91] zeigt, insbesondere für die Simulation von Stofftransportproblemen.

Eine geschlossene Lösung zur Generierung von Vierecken aus einer beliebigen Punktwolke wurde bisher nicht gefunden. Größtes Hindernis ist vor allem die Komplexität der zu beachtenden Bedingungen. Einfacher gestaltet sich die Erstellung von Vierecksnetzen im Anschluß an eine erfolgte Triangulierung. Die fertigen Dreiecke werden zu Vierecken zusammengefaßt, wobei entweder gemischte Drei- und Vierecksnetze entstehen, oder geg. Hilfsknoten zugefügt werden müssen. Zur Erstellung von reinen Vierecksnetzen bieten die o.g. Interpolatoren sicher die besseren Hilfsmittel. Bei der Modellierung von Grundwasserströmungen haben sich gemischte Netze weitgehend bewährt.

Das Kriterium zur Zusammenlegung von zwei Dreiecken zu einem Viereck orientiert sich an der numerischen Stabilität, wobei Quadrate allen anderen Vierecken vorzuziehen sind. Dieses Kriterium kann auf allgemeine Rechtecke und Quasi-Rechtecke erweitert werden, wenn sich die Seitenlängen eines Rechtecks nicht allzusehr von einander unterscheiden.

Letzteres wurde bei der Generierung der Dreiecke vom Nelson-Algorithmus bereits so weit wie möglich berücksichtigt, so daß die Wahl der zu vereinigenden Dreiecke allein nach dem Winkelkriterium, also der Erstellung möglichst rechtwinkliger Vierecke erfolgen kann.

Hierzu werden alle aneinanderliegenden Dreiecke beurteilt. Die bei der Vereinigung entstehenden neuen Winkel sollen möglichst 90° entsprechen. Die erlaubte Abweichung wird in mehreren Durchgängen schrittweise vergrößert, so daß zunächst nur 90° Winkel, später auch größere oder kleinere Winkel gebildet werden können. Durch diese Vorgehensweise werden die bestmöglichen Kombinationen ermittelt.

4.3.4 Netzglättung

Die mit Hilfe des Triangulators und des Viereckgenerators erstellten Netze beinhalten aufgrund der lokalen Strategie der Punkterzeugung noch immer Unzulänglichkeiten im Kontaktbereich der erzeugten Punkte. Der Ausgleich dieser Mängel, aber auch von Problemen, die erst durch die Netzerstellung erkennbar wurden wie spitze Winkel oder schlechte Seitenverhältnisse der Elementseiten, kann durch eine nachträgliche Glättung (Smoothing) des Netzes erreicht werden. Bei der iterativen Laplace-Interpolation [BRE88] werden die Netzknoten verschoben und so die Längen der Elementseiten und die Eckwinkel korrigiert. Die neuen Knotenkoordinaten bestimmen sich aus den Koordinaten der nächstliegenden Knoten aller anliegenden Elemente.

$$x = 1/n \sum_{k=1}^n x_k \quad \text{und}$$

$$y = 1/n \sum_{k=1}^n y_k$$

wobei n : Anzahl der anliegenden Knoten.

Durch die Verschiebung der Knoten auf die neuen Koordinaten werden lange Seiten verkürzt und kurze Seiten gestreckt, was sich verbessernd auf die vorhandenen Seitenverhältnisse und die entsprechenden Winkel auswirkt. Selbstverständlich müssen Punkte, die hydrogeologisch relevante Informationen repräsentieren, von der Verschiebung ausgenommen werden. Da diese Punkte definitionsgemäß durch die Kontur festgelegt sind, sind sie leicht zu erkennen und können entsprechend berücksichtigt werden. Eine ausreichende Glättung wird meist nach zwei bis drei Glättungsiterationen erreicht, wie die folgende Statistik der Glättung eines FE-Netzes mit 3546 Knoten beispielhaft zeigt:

Glättung	schlechtestes Seitenverhältnis 1/... im Element		kleinster Winkel (in Grad) im Element		
	schlechtestes Element	Mittelwert	schlechtestes Element	Mittelw.	Standardabw.
Startnetz	12.21	1.52	4.50	40.40	8.92
1	11.54	1.35	4.96	45.34	7.77
2	8.50	1.32	6.27	46.45	7.32
3	8.50	1.31	6.27	46.83	7.28
4	8.50	1.30	6.27	47.05	7.26

Tabelle 4.3: Glättung eines FE-Dreiecksnetzes mit 3546 Knoten und 6559 Elementen

Ziel der Glättung eines Dreiecksnetzes ist die Erzeugung möglichst gleichseitiger Dreiecke mit einem Seitenverhältnis 1/1 und Winkeln von 60° . Dies ist bei einem Netz, das vielen geometrischen Zwangsbedingungen genügen muß, meist nicht erreichbar, jedoch zeigen die in der Tabelle aufgeführten Werte, daß ein mittleres Seitenverhältnis von 1/1.3 und ein schlechtester Winkel je Element im Mittel von 47° erreichbar ist. Diese Werte lassen sich noch verbessern, wenn ein aus Drei- und Vierecken gemischtes Netz verwendet wird. Hier verbessert sich in diesem Beispiel der Wert des Seitenverhältnisses sogar auf 1/1.34. Der schlechteste Winkel je Element stellt sich mit einer relativ großen Standardabweichung im Mittel bei 67° ein. Dies wird durch die Mischung von Dreiecken, die zu 60° Winkeln tendieren, und Vierecken, für die ein 90° Winkel optimal wäre, hervorgerufen.

Glättung	schlechtestes Seitenverhältnis 1/... im Element		kleinster Winkel (in Grad) im Element		
	schlechtestes Element	Mittelwert	schlechtestes Element	Mittelw.	Standardabw.
Startnetz	12.21	1.46	4.50	62.72	22.23
1	8.50	1.39	6.27	65.51	18.66
2	8.50	1.35	6.27	66.56	18.26
3	8.50	1.35	6.27	66.84	18.00
4	8.50	1.34	6.27	67.04	17.95

Tabelle 4.4: Glättung eines FE-Vierecksnetzes mit 3546 Knoten und 3764 Elementen

4.4 Nachträgliche Netzverfeinerung

Das mit Hilfe der Punkt-, Dreiecks- und Vierecksgenerierung erstellte FE-Netz repräsentiert das zu simulierende Problem in der mit Hilfe der Kontur parametrisierten Form. Eine ausgeglichene Netzstruktur sowie Verfeinerungsbereiche sind berücksichtigt und die geometrische Beschreibung somit vollständig und abgeschlossen.

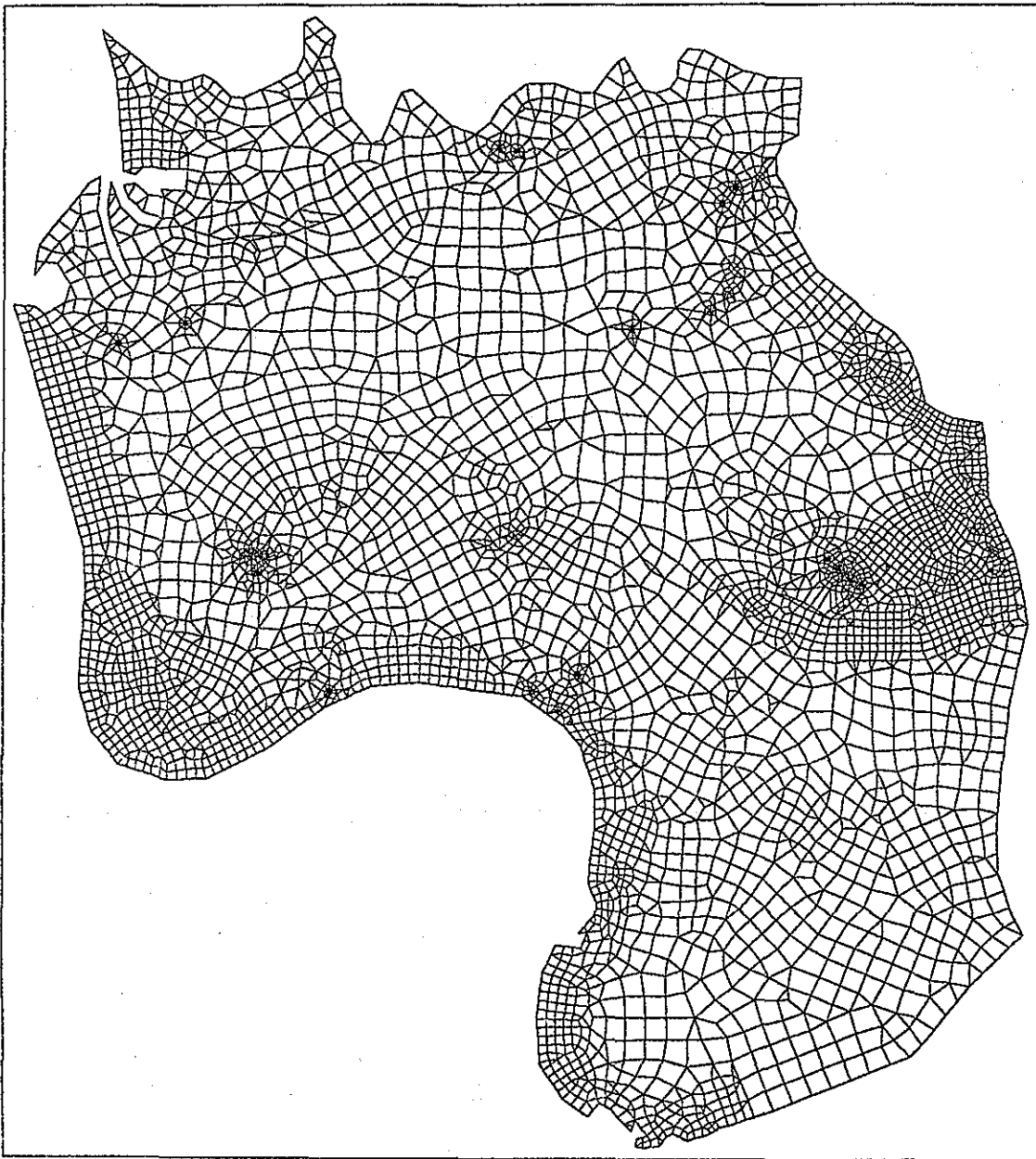


Bild 4.16: Fertig bearbeitete Netzgeometrie

Im Laufe der Arbeit mit einem Grundwassermodell treten häufig dennoch nachträgliche Änderungswünsche auf, die meist die Verfeinerung des Netzes in bestimmten Bereichen betreffen, für die aber nicht unbedingt das gesamte Netz neu erstellt werden muß. Diese nachträglichen Netzkorrekturen sollen an dieser Stelle beschrieben werden. Die vorzunehmenden Änderungen lassen sich in zwei Gruppen einteilen:

- gleichmäßiges Verfeinern des gesamten Gebietes oder von Bereichen (flächige Verfeinerung) und
- Verfeinern um zusätzliche (neue) Singularitäten.

Beide Verfeinerungen arbeiten zusätzliche Knoten in ein bestehendes Netz ein. Die veränderte Netzgeometrie muß anschließend mit neuen, geänderten Attributen versorgt werden. Hierauf wird im nächsten Kapitel eingegangen.

4.4.1 Flächige Verfeinerung

Die flächige Verfeinerung dient der Genauigkeitssteigerung in bestimmten Bereichen des Netzes oder im gesamten Problemgebiet. Die ursprünglichen Elemente werden anhand verschiedener Methoden weiter unterteilt. Eine einfache Methode zur Verfeinerung verwendet Rank [RAN85] bei Vierecken, indem er die Elementseiten der betroffenen Vierecke halbiert und so aus einem Element mit Hilfe eines neuen Mittelknotens vier neue Vierecke erhält. Den Übergang in das eventuell nicht verfeinerte Nachbarelement läßt Rank hierbei unberücksichtigt und erhält so nichtkonforme Netzverfeinerungen.

Die daraus entstehenden Probleme vermeidet Plank [PLA90] mit Hilfe von Verfeinerungs- und Übergangsmustern. Anhand der ursprünglichen Elementform und der Anzahl der zu verfeinernden Seiten werden das zu verfeinernde Element und seine direkten Nachbarelemente bearbeitet.

Eine einfache, aber effektive Vorgehensweise bei der Verfeinerung läßt sich mit Hilfe des Nelson-Triangulators realisieren:

Die Verfeinerung in einem bestimmten Bereich des Netzes oder auch im gesamten Netz wird ebenfalls durch die Halbierung der Elementseiten erreicht. Hierbei verhindern jedoch zusätzliche Kriterien

das Entstehen schlechter Elementproportionen oder leiten zusätzliche Maßnahmen ein. Die Vernetzungskriterien des Nelson-Triangulators sorgen bei der anschließenden Neueinteilung des ursprünglichen Elementes für eine optimale Vernetzung, ohne komplizierte Fallunterscheidungen treffen zu müssen. Zur Verfeinerung werden zwei Strategien vorgestellt:

- Die beschränkte Strategie teilt nur Elementseiten im ausgewählten Bereich des Netzes.
- Die konsequente Strategie teilt - sofern notwendig - auch Elementseiten außerhalb des ausgewählten Bereiches, wenn dadurch besser proportionierte Elemente entstehen.

Bei beiden Strategien werden zunächst alle Elementseiten untersucht. Aufgrund der geometrischen Eigenschaften der anliegenden Elemente erhält jede Seite eine der folgenden Zustände:

- 1 Seite_soll_geteilt_werden
- 0 Seite_darf_geteilt_werden
- 1 Seite_darf_nicht_geteilt_werden

Zunächst werden alle Seiten im Verfeinerungsbereich mit Status 1, alle anderen mit Status 0 gekennzeichnet. Anschließend werden alle Elemente anhand ihrer Proportionen beurteilt. Treten kritische Seitenverhältnisse auf, so werden die kurzen Seiten zusätzlich mit -1 gekennzeichnet.

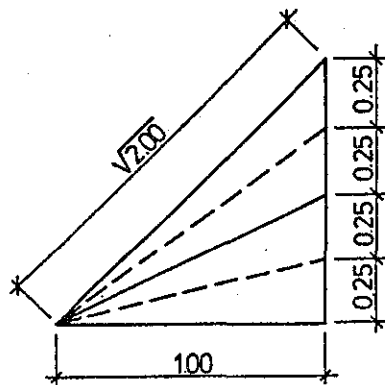


Bild 4.17: Viertelung einer Kathete eines gleichschenkligen, rechtwinkligen Dreiecks

Als kritisch werden hierbei Seitenverhältnisse betrachtet die kleiner als

$$l_1 / l_2 < 0.0177 = 0.25 / \sqrt{2}$$

sind, wie sie durch die Viertellung einer Kathete eines gleichschenkligen, rechtwinkligen Dreiecks entstehen.

Anschließend werden auf den Elementseiten neue Knoten erzeugt:

- bei der Elementverfeinerung nach beschränkter Strategie:

Sind alle Elementseiten auf diese Weise gekennzeichnet, so werden bei der Verwendung der beschränkten Strategie nur auf den mit Status 1 belegten Seiten neue Knoten angelegt. Alle anderen Seiten werden nicht geteilt, so daß kritische Elemente geschützt werden.

- bei der Elementverfeinerung nach der konsequenten Strategie:

Bei Verwendung der konsequenten Strategie werden immer alle Seiten aller Elemente im zu verfeinernden Bereich geteilt. Zusätzlich werden zwei weitere Maßnahmen durchgeführt:

- Soll eine Seite geteilt werden, die mit dem Status -1 (Seite_darf_nicht_geteilt_werden) belegt ist, so werden zusätzlich alle Seiten beider anliegender Elemente geteilt. Auf diese Weise wird sichergestellt, daß die Proportionen der neuen Elemente nicht schlechter als die der alten werden können.
- Bei den betroffenen Elementen muß immer auch die längste Seite geteilt werden.

Diese Methode kann dazu führen, daß auch Elemente, die zunächst nicht verfeinert werden sollten, unterteilt werden, sie garantiert aber die Verfeinerung aller ausgewählter Elemente.

Anschließend werden je Element zusätzliche Knoten im Elementmittelpunkt erzeugt und zwar

bei Vierecken, wenn

keine vier Seiten geteilt wurden, aber alle Seitenlängen um nicht mehr als 20% differieren

oder wenn

vier Seiten geteilt wurden,

bei Dreiecken, wenn

drei Seiten geteilt wurden und die Seitenlängen um nicht mehr als 30% differieren.

Zum Abschluß wird bei beiden Methoden jedes alte Element für sich trianguliert. Die im Nelson-Triangulator implementierten Kriterien sorgen für eine optimale Dreiecksvernetzung, sodaß keine spitzeren Winkel entstehen. Durch einen zusätzlichen Lauf des Vierecksgenerators können die entstandenen Dreiecke zu Vierecken zusammengefaßt werden.

- bisherige Knoten
- zusätzliche Knoten

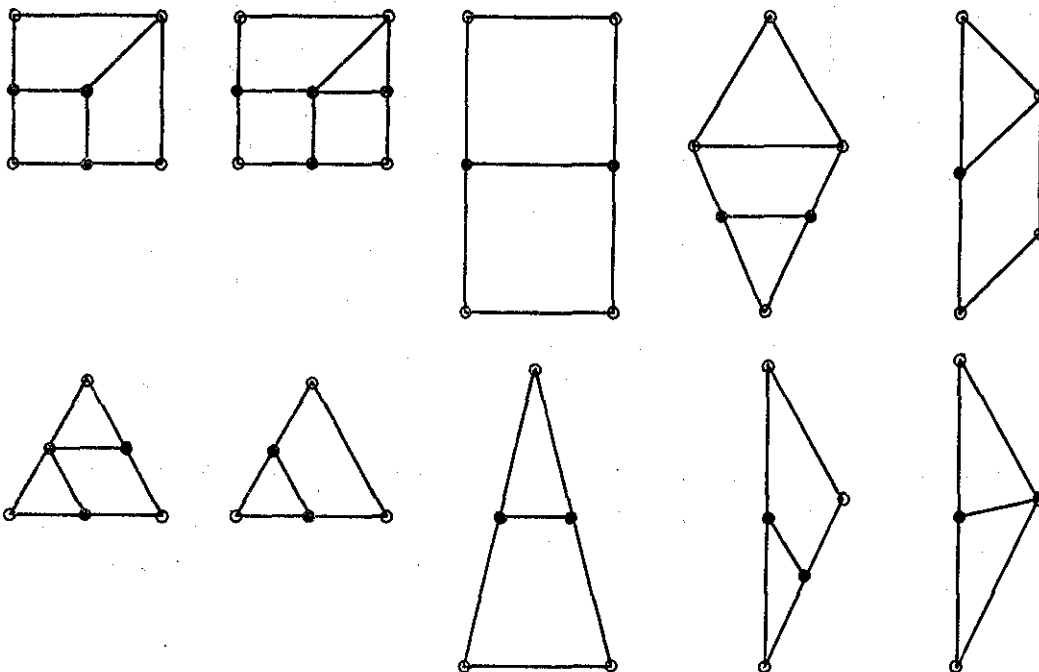


Bild 4.18: Verfeinerte Drei- und Vierecke

Die Anwendung der beiden Verfeinerungsmethoden soll bei der Verfeinerung eines kleinen Netzes mit zunächst 9×9 Elementen gezeigt werden, wobei die inneren 3×3 Quadrate verfeinert werden.

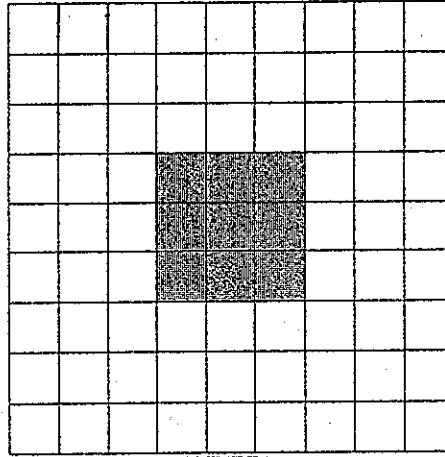


Bild 4.18: FE-Netz mit 9×9 Elementen, der zu verfeinernde Bereich ist grau unterlegt

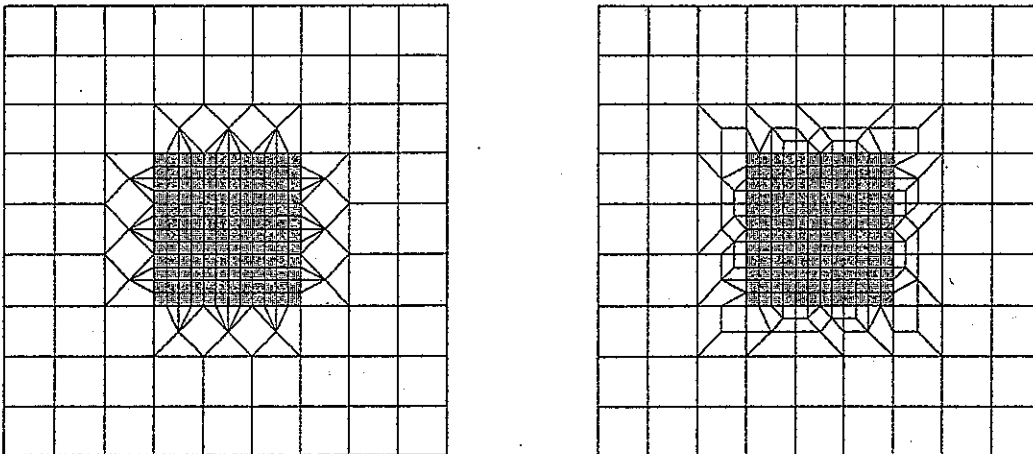


Bild 4.19: Verfeinerte Netze
(links nach beschränkter, rechts nach konsequenter Strategie)

Die verfeinerten Netze zeigen, daß bei Anwendung der beschränkten Strategie Elementformen im Grenzbereich entstehen können, während bei Verwendung der konsequenten Strategie bessere Abstufungen der Elementgrößen entstehen.

4.4.2 Verfeinerung um Singularitäten

Der nachträgliche Einbau von Singularitäten wird zum Beispiel bei der Simulation von Brunnen notwendig, die im ursprünglichen Modell nicht vorgesehen waren. Hierzu muß das FE-Netz meist zur genaueren Abbildung des Absenktrichters verfeinert werden. In Anlehnung an die Abstufung des Netzes um Singularitäten bei der Netzerstellung wird eine logarithmisch gestufte Verfeinerung vorgesehen. Der angenommene Einflußbereich des Brunnens läßt sich anhand der Brunnenformel

$$r = 3000 s * k_z^{0.5}$$

mit s = Absenktiefe
 k_z = Durchlässigkeitsbeiwert
 r = Einflußbereich des Brunnens

abschätzen. In diesem Bereich wird das Netz aufgelöst, d.h. alle Elemente werden gelöscht. Anschließend werden die radial angeordneten Verfeinerungsknoten erzeugt und zum Schluß der entsprechende Ausschnitt neu generiert. Die so erzeugte neue Netzgeometrie paßt die zur Verfeinerung notwendigen zusätzlichen Punkte optimal in das bestehende Netz ein.

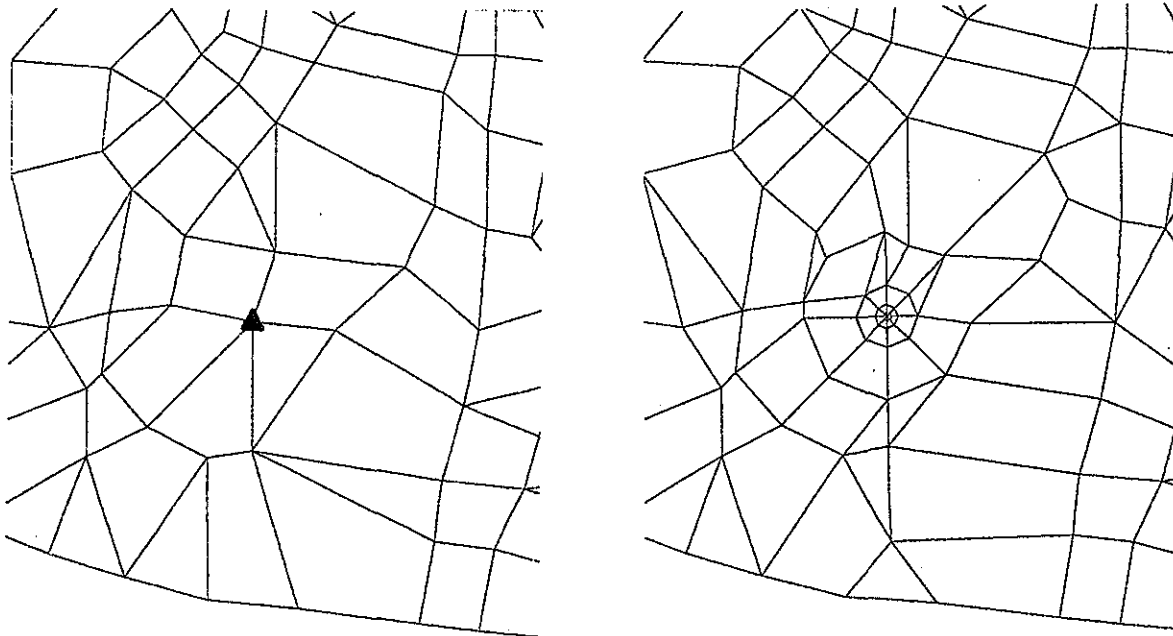


Bild 4.20: Nachträgliche radiale Verfeinerung um einen Brunnen

4.5 Modifikationen durch den Benutzer

Die Erfahrungen in der Erstellung von FE-Netzen für die Simulation von Grundwasserströmungen zeigen, daß eine vollständig automatische Generierung des Netzes weder algorithmisierbar ist, noch vom Anwender akzeptiert wird. Die verschiedenen Generierungsverfahren liefern zwar ein im großen und ganzen akzeptables Ergebnis, im Detail schleichen sich jedoch immer wieder Unzulänglichkeiten ein. So wird meist eine manuelle Nachbearbeitung der Netze notwendig. Die eingangs erwähnten Möglichkeiten einer interaktiven Grafik können hier wichtige Unterstützung geben.

Folgende Eingabefunktionen sind notwendig:

<u>Funktionen:</u>	<u>Erzeugen</u>	<u>Modifizieren</u>	<u>Löschen</u>
Objekte:			
Knoten	x	x	x
Elemente	x	x	x

Tabelle 4.5: Grafische Eingabefunktionen zur manuell-interaktiven FE-Netzerstellung

5. Attributszuweisung

Nach der Netzerstellung ist die Zuweisung der Modellparameter auf das Netz der zweite Schritt der Diskretisierung. Die geometrische Beschreibung des Problems durch Knoten und Elemente wird durch Attribute ergänzt, die die hydrogeologisch relevante Information wiedergeben.

Die Zuweisung dieser Attribute auf Knoten und Elemente erfolgte bisher durch den Eintrag entsprechender Zuordnungstabellen in die FE-Eingabedatei. Die Daten wurden unter einer entsprechenden Datenkennung mit einer Indexnummer und dem entsprechenden Wert abgelegt.

Die einzugebenden Daten liegen entweder als Interpolationsdaten - wie z.B. die Höhen der Grundwasser- oder der Geländeoberfläche - oder als sonstige Daten - wie z.B. Fördermengen der Brunnen oder Wasserstände entlang eines Vorfluters - vor.

Die Informationen dieser Daten müssen bislang, wie oben geschildert, manuell in die FE-Eingabedatei eingetragen werden. Lediglich für die Zuweisung der Interpolationsdaten wurden wegen des hohen Aufwands bei der manuellen Eingabe unterstützende Software entwickelt. Hierbei werden die vorliegenden Pläne, z.B. der Grundwassergleichen, auf einem Digitalisierertisch [BET83] abgegriffen und so in ein EDV-Format überführt. Die Zuweisung auf Knoten oder Elemente erfolgt mit Hilfe von Interpolationsprogrammen [SCHM89].

Diese Vorgehensweise entspricht der klassischen Vorgehensweise bei der FE-Netzerstellung. EDV-gemäße Möglichkeiten für die Bearbeitung der primären Daten wurden nahezu nicht genutzt.

5.1 Attributszuweisung mit Hilfe der Strukturdaten

Liegen die Primärdaten in bearbeiteter Form als Strukturdaten vor, so können sie auch mit den Möglichkeiten der EDV bearbeitet und auf das FE-Netz übertragen werden. Die Unterscheidung nach der geometrischen Information der Daten in die vier Gruppen Punkte, Linien, Flächen und Interpolationspunkte erlauben eine geometrieorientierte Zuweisung der entsprechenden Informationen:

- punktbezogene Daten werden direkt auf das Netz zugewiesen,
- polygonbezogene Daten werden zunächst entlang des Polygons linear interpoliert und anschließend auf die entsprechenden Netzpunkte übertragen,
- flächenbezogene Daten werden im Bereich der eingegrenzten Fläche auf das Netz zugewiesen,
- Interpolationsdaten werden mit weiterentwickelten Interpolationsprogrammen [SCHM89] auf das Netz übertragen.

Die Zuweisungsbausteine der ersten drei Gruppen stellen den Zusammenhang zwischen der Geometrie der Strukturdaten und der Netzgeometrie her. Hierbei kann es zu Problemen bei der Identifizierung kommen, wenn z.B. zu einem Brunnendatensatz kein entsprechender Knoten im FE-Netz vorgesehen ist. Deshalb ist zu unterscheiden zwischen

- netzkonformen Attributen, deren Geometrie im Netz wiederzuerkennen ist, und
- nicht netzkonformen Attributen, deren Geometrie bei der Netzerstellung nicht berücksichtigt wurde.

Die unterschiedlichen Vorgehensweisen bei der Zuweisung der Daten aus den o.g. Gruppen soll im Folgenden erläutert werden.

5.2 Die Zuweisung netzkonformer Strukturdaten

Findet sich die Geometrie eines Strukturdatensatzes in der Geometrie des FE-Netzes wieder, so ist die Zuweisung der entsprechenden Daten kein Problem. Punktbezogene Attribute können mit Hilfe eines Koordinatenvergleichs direkt auf die entsprechenden Netzknoten übertragen werden.

Streckenbezogene Daten oder Daten, die sich auf Polygone beziehen, werden zunächst entlang des Polygons vervollständigt. Liegen bei einem Polygonzug z.B. nur Werte für Anfangs- und Endpunkt vor, so werden die Zwischenwerte entlang des Polygonzugs linear interpoliert. Da der Polygonzug konform zum Netz vorliegt, können die einzelnen Teilstrecken mit entsprechenden Elementseiten in Deckung gebracht werden. Die Zuweisung der Daten erfolgt entlang des Polygons interpolierend auf die entsprechenden Knoten. Flächenorientierte Strukturdaten werden geometrisch

durch ein die Fläche begrenzendes Polygon beschrieben. Auch hier finden sich die Teilstrecken in der Form der Elemente wieder. Die dem Datensatz zugehörige Information kann nun mit Hilfe eines Flächenchecks [ANG89] direkt auf alle Knoten bzw. Elemente im umschlossenen Gebiet zugewiesen werden.

5.3 Die Zuweisung nicht netzkonformer Strukturdaten

Die Zuweisung nicht konformer Strukturdaten bereitet hingegen höheren Aufwand. Verursacht wird dieses Problem meist durch nachträglich hinzugefügte Strukturdaten (z.B. nachträgliche Förderbrunnen) oder durch eine beabsichtigte Beschränkung bei der Erstellung der Kontur, die die zur Netzgenerierung relevanten Informationen enthält. Will man nun nicht nachträglich die Netzgeometrie an diese Strukturdatengeometrie anpassen, so ergibt sich für die Zuweisung von Wassermengen q eine weitere Möglichkeit, die Daten zu berücksichtigen, indem sie mit Hilfe der Ansatzfunktionen der FE-Diskretisierung in äquivalente Knotendaten umgewandelt werden. Die so berücksichtigten Daten liefern zwar lokal nicht dieselben Ergebnisse, die Auswirkungen im weiteren Bereich sind aber nahezu identisch.

Die Berücksichtigung von Wassermengen erfolgt in der FEM (hier meist als Belastung bezeichnet) durch Summation auf der rechten Seite. Hier werden die entsprechenden Werte je Knoten aufaddiert. Befindet sich der Ort der In- bzw. Exfiltration nun nicht an einem Knoten, oder handelt es sich um einen linien- oder flächenmäßigen Zu- oder Abfluß, so muß die Menge auf die umliegenden Knoten verteilt werden. Hierbei bedient man sich der betroffenen Elemente und der ihnen zugrundeliegenden Ansatzfunktionen (s.a. [ZIE84]). Die zugehörigen Knotenmengen ergeben sich aus

$$p_i = \int_{\Omega} N_i Q \, d\Omega + \int_{\Gamma_{\text{ex}}} N_i \bar{q} \, d\Gamma$$

wobei

- p_i Menge am Knoten i
- N_i Ansatzfunktion zum Knoten i
- Q Zufluss im Gebiet
- \bar{q} Zufluss am Rand

Bei der Simulation von Grundwasserströmungen werden häufig nur numerisch einfache Elemente verwendet. Das Programmsystem SICK100 [SCHM89] verwendet nur lineare Dreieckselemente und bildet so die Viereckselemente mit Hilfe eines virtuellen Mittelknotens in vier Dreieckselemente ab. Für diese Dreieckselemente bilden die Ansatzfunktionen eine durch die drei Eckknoten definierte, über dem Element liegende Fläche, die die Integration stark vereinfacht.

Im einfachsten Fall liegt ein konstanter Zufluss (Neubildung) über der gesamten Fläche des linearen Dreieckselementes vor, so daß sich die zugehörigen Knotenmengen folgendermaßen ergeben:

$$q^e = \begin{bmatrix} q_i \\ q_j \\ q_k \end{bmatrix} = \frac{Q \Delta}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- mit Q Neubildung
- Δ Fläche des Dreiecks

Anders verteilte Zuflüsse werden entsprechend behandelt, wobei sich wie Bild 5.1 zeigt je nach Lage des Zuflusses die verschiedensten Verteilungen ergeben.

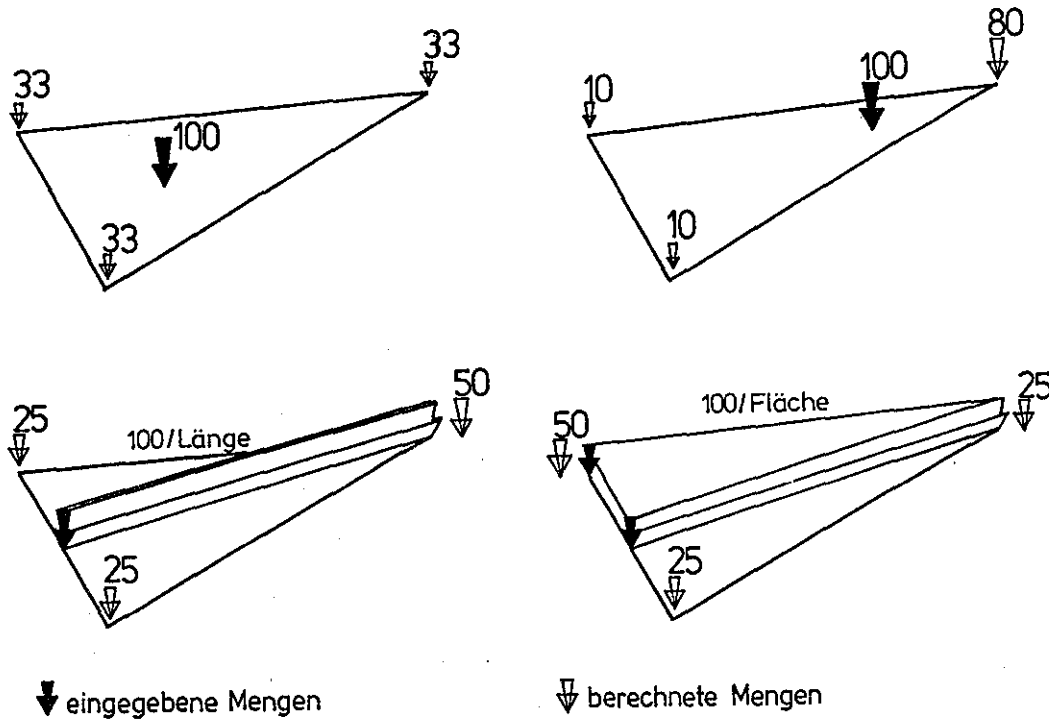


Bild 5.1: Zuweisung nicht netzkonformer Mengen Q auf Dreieckselemente

Werden höherwertige Elemente verwendet, bilden die Polynom-Ansatzfunktionen eine geformte Fläche über dem Element. Diese Flächen sind nicht mehr direkt beschrieben, sondern werden nach der Abbildung des Elementes in ein Einheitskoordinatensystem mit den Einheitskoordinaten beschrieben. Um hier eine Integration durchführen zu können, muß die Formfunktion für jedes belastete Element von den Einheitskoordinaten ins x/y -Koordinatensystem übertragen werden, so daß die Integration durchgeführt werden kann.

Wie bei der Netzgenerierung die grafische Darstellung der Knoten und Elemente eine wichtige Rolle spielt, so müssen auch die zugewiesenen Knoten- und Elementattribute sichtbar gemacht werden können. Mögliche Darstellungsformen sind:

- Symbole (evtl. mit unterschiedlichen Größen)
- Isolinien
- gefüllte Flächen (Schraffuren oder Farben)

Die Darstellung ermöglicht einerseits eine optische Kontrolle der Zuweisung, andererseits unterstützt sie die interaktive Bearbeitung der Attribute, da jede Änderung sofort sichtbar gemacht werden kann und so Eingabefehler vermieden werden können.

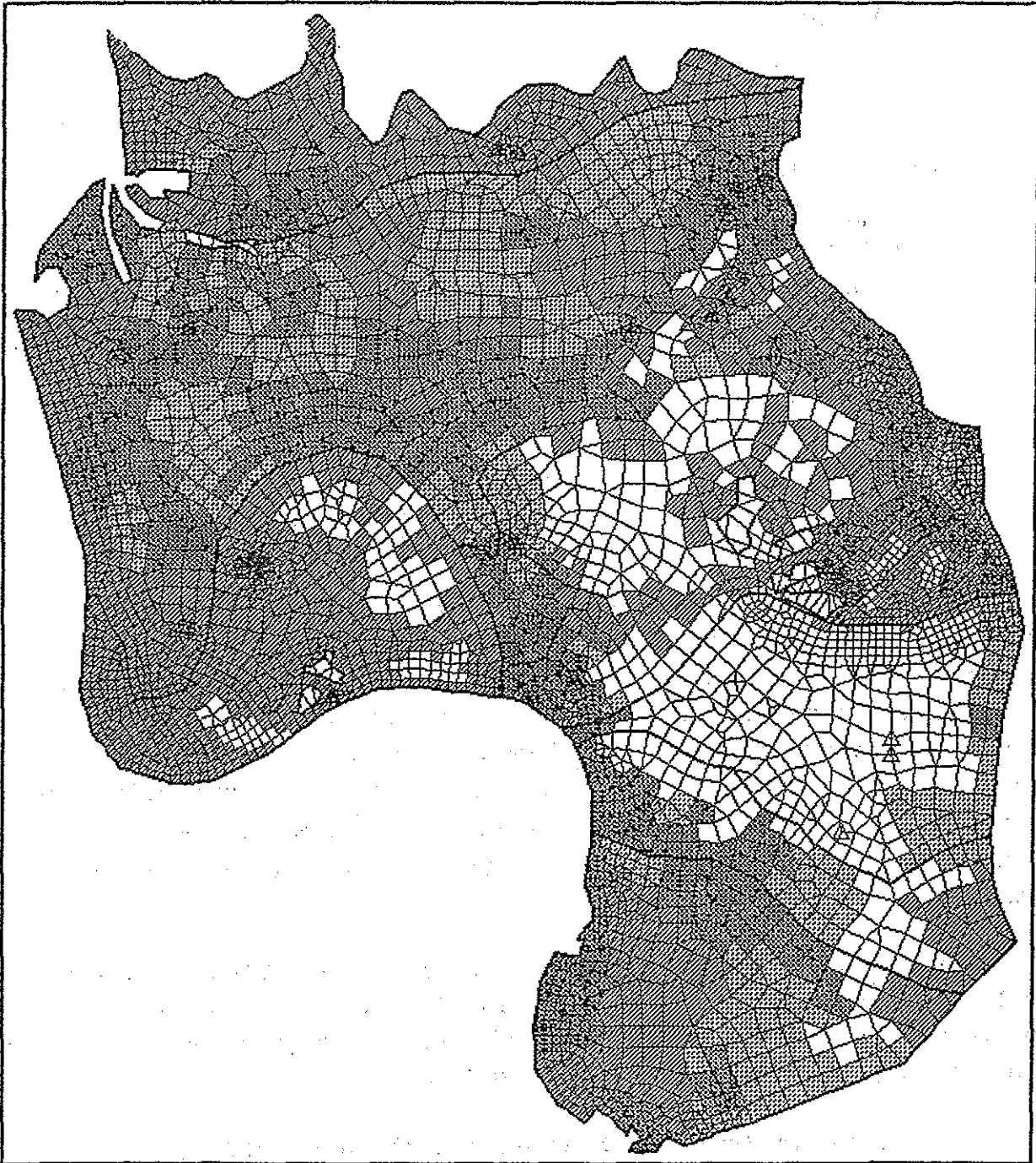


Bild 5.2: FE-Netz mit flächig dargestellten Elementattributen (GW-Neubildung)

6. Adaptive Netzerstellung

Ziel der Erstellung eines FE-Netzes ist die optimale Anpassung der Netzstruktur an das zu berechnende Problem unter Berücksichtigung der Genauigkeitsanforderungen einerseits und der Rechnerkapazität andererseits. Dies führt zu der Frage, wie mit möglichst wenig Knoten (entspr. Freiheitsgraden des Gleichungssystems) eine möglichst hohe Genauigkeit erreicht werden kann. Neben den bereits vorgestellten Verfahren der Erstellung des FE-Netzes vor der Berechnung (a priori Verfahren) werden hierfür Verfahren angewendet, die es erlauben, nach einer ersten Berechnung die ermittelten Ergebnisse für die Erstellung eines zweiten Netzes zu verwenden (a posteriori Verfahren). In diese Netzerstellung können dann die Ergebnisse der vorangegangenen Berechnung mit einfließen. Eine weitere Verkettung von Berechnung und Netzerstellung/-modifikation führt dann zu iterativen adaptiven Verfahren der Netzerstellung.

Eine Übersicht über Verfahren zur Anpassung einer FE-Diskretisierung geben Bremer [BRE86] und Sabeur [SAB88]. Die vorgestellten Verfahren werden bei der Lösung von Platten- und Scheibenproblemen und dreidimensionalen Anwendungen eingesetzt, so daß sich die gewonnenen Fehlerindikatoren nicht direkt übertragen lassen. Übertragen lassen sich aber die Vorgehensweisen zur anschließenden Modifikation der FE-Netze.

Grundsätzlich stehen der Verbesserung der FE-Lösung zwei Wege offen. Der erste führt über die Erhöhung des Grades der Ansatzfunktionen zu einer besseren Lösung (p-Version). Diese Möglichkeit ist aber nur mit entsprechenden FE-Berechnungsprogrammen zu realisieren. Eine wesentlich größere Rolle spielt die direkte Modifikation der FE-Netzgeometrie unter Beibehaltung der Elementansatzfunktionen (h-Version).

In der h-Version ergeben sich folgende grundsätzliche geometrische Möglichkeiten der adaptiven Netzanpassung:

- Verschiebung der Knoten.
Vorteil: keine neue Generierung des Netzes notwendig
Nachteil: ohne zusätzliche Knoten nur beschränkte Verbesserungen möglich

- nicht konforme Elementunterteilungen. Bestimmte Elemente werden unterteilt, ohne Anpassung an Nachbar-elemente
 - Vorteil: keine Anpassungsarbeit an nicht verfeinerte Elemente
 - Nachteil: Sprünge in der Lösung an den nichtkonformen Seiten oder besonderer Aufwand zur Anpassung im Berechnungsprogramm
- konforme Elementunterteilungen. Unterteilte Elemente werden an umgebende Elemente angepaßt.
 - Vorteil: konforme Lösungen an den Elementrändern
 - Nachteil: höherer Aufwand, evtl. Entstehen von schlechten Elementen mit z.B. spitzen Winkeln

6.1 Adaptive Netzverbesserung anhand von Fehlerindikatoren

Zur Beurteilung der Ergebnisse einer FE-Berechnung kann die Abweichung zwischen der errechneten und der analytischen Lösung dienen, wenn diese bekannt ist. Dies ist jedoch in der Regel nicht der Fall, so daß andere Kriterien gefunden werden müssen. Die wichtigste Alternative stellt wohl die Beurteilung anhand der Energie-Norm des Fehlers dar. Diese Methode der Fehlerbetrachtung wurde von Babuska [BAB81] und Zienkiewicz [ZIE87] maßgeblich entwickelt. Hierauf basierend bearbeitet Rank [RAN85] diese Fragestellung u.a. für die Differentialgleichung des Potentialproblems, die auch die Grundwasserströmung beschreibt.

Als Indikator für den Fehler je Element entwickelt Rank:

$$\lambda_1^2 = h_1^2 \int_{\Omega_1} (k(x,y) \Delta u - f(x,y))^2 d\Omega + h_1 \int_{\Gamma_1} J(v)^T J(v) d\Gamma$$

mit

- h_1 : Elementlänge
- k : Durchlässigkeitsbeiwert
- Δ : Laplaceoperator
- u : FE-Lösung
- f : Quellen und Senken
- $J(v)$: Sprung der Geschwindigkeiten am Elementrand

Für Elemente mit linearem Ansatz für u ergibt sich

$$\underline{v} = \text{grad } u = \text{const.} \quad (\text{im Element})$$

und somit

$$\Delta u = \text{div } \underline{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0$$

weiterhin gilt für diesen Elementtyp

$$f(x,y) = 0 ,$$

da ein Zustrom nur an den FE-Knoten und nicht im Element erlaubt ist. Hierdurch entfällt das Gebietsintegral, der Fehler im Element wird zu Null und der Indikator vereinfacht sich zu dem Integral über den Fehler am Elementrand:

$$I_1^2 = h_1 \int_{\Gamma_1} J(v)^T J(v) d\Gamma .$$

Dieser Indikator beruht auf dem Sprung in den Geschwindigkeiten beim Übergang von einem Element ins Nachbarelement. Bei steigender Verfeinerung werden diese Sprünge geringer und somit der Indikator niedriger, wie das folgende Beispiel verdeutlicht, in dem ein Schnitt durch zunächst drei Elemente dargestellt wird.

Die erste Berechnung habe ein Potentialgefälle ergeben, das von $-1/4$ auf $-4/4$ ansteigt und wieder nach $-1/4$ abflacht. Dies liefert für das mittlere Element einen Fehlerindikator von 1.06.

Durch die Halbierung aller Elementseiten ergeben sich für das mittlere Element zwei neue Elemente, die nach der erneuten Berechnung eine bessere Approximation des Potentials u liefern. Dies drückt sich auch in dem in der Summe ($0.35 + 0.35 = 0.7$) geringeren Wert des Fehlerindikators aus.

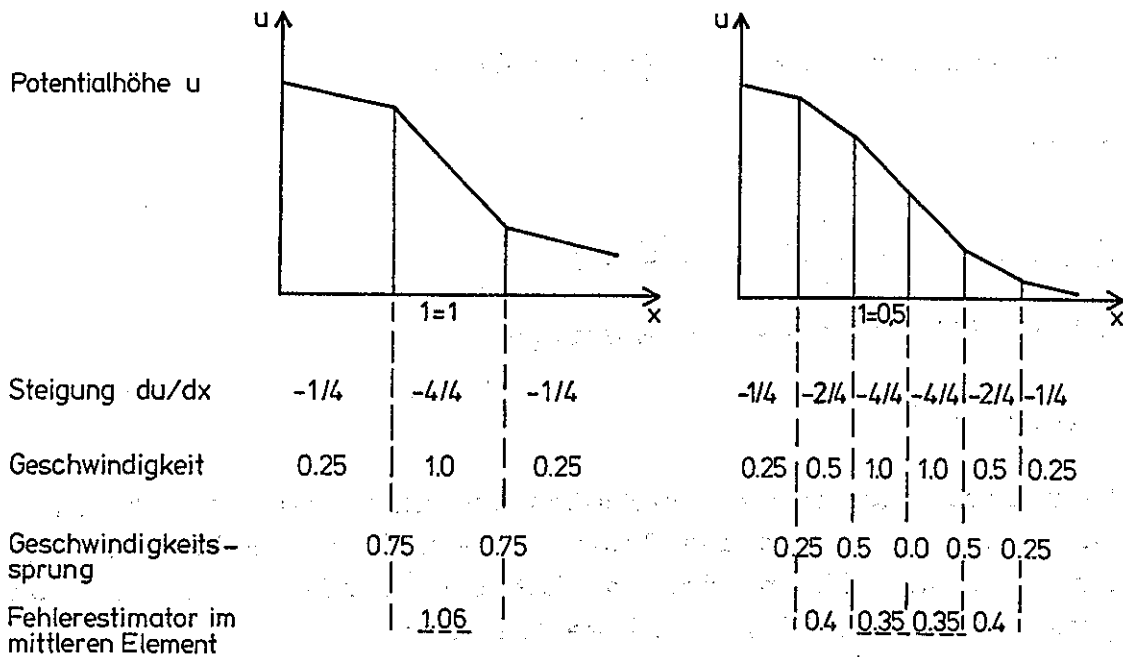


Bild 6.1: Verfeinerung mit Hilfe eines Fehlerindikators

Die Effektivität eines Fehlerindikators wird aus den folgenden zwei Beispielen ersichtlich. Bei beiden Problemen soll ein zunächst grobes Startnetz sinnvoll verfeinert werden. Nach jeder Berechnung des Problems werden die Fehlerindikatoren aller Element berechnet. Die Wahl der zu verfeinernden Elemente erfolgt durch eine Skalierung am schlechtesten Element. Es werden alle Element verfeinert, die mehr als 50% des maximalen Fehlers aufweisen. Zum Vergleich werden die Ergebnisse mit denen einer gleichmäßigen Teilung aller Elemente verglichen.

Zur Verfeinerung wird der im Kapitel 4.4.1 vorgestellte Algorithmus verwendet, der die Elemente bereichsweise durch Teilung der Elementseiten verfeinert.

Im ersten Beispiel wird ein Brunnen in einem Horizontalmodell diskretisiert, wobei das Modell unter Ausnutzung der Symmetrie nur einen Viertelkreis des Einzugsbereiches darstellt. Die Modellparameter seien wie im Beispiel für die Netzgenerierung, (Kapitel 3) gewählt, für das die analytische Lösung eine Absenkung im Brunnen von 0.565 m angibt. Aus der Differenz zur numerischen Lösung läßt sich so der Fehler am Brunnenknoten berechnen. Weiterhin wurde die Abweichung zwischen analytischer

und numerischer Lösung über das gesamte Gebiet gemittelt, um einen mittleren Fehler zu erhalten.

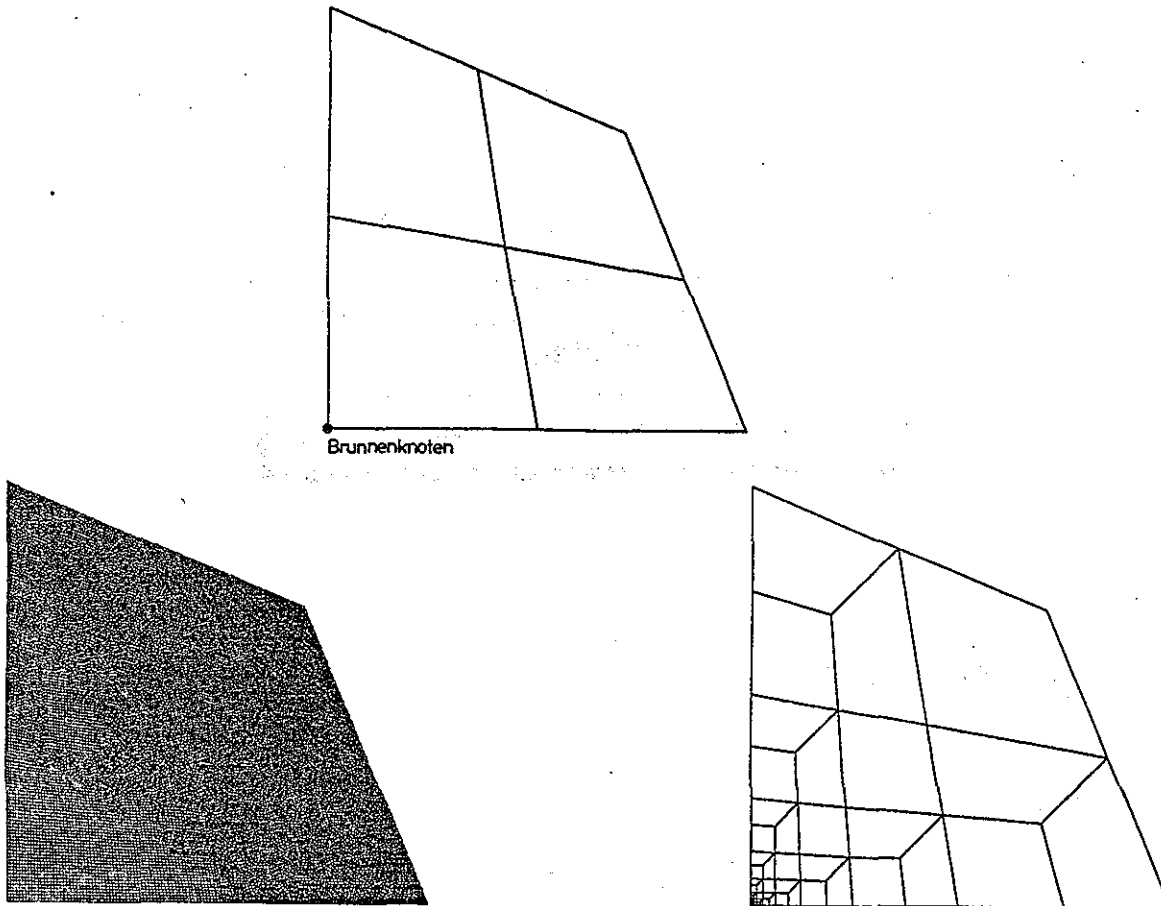


Bild 6.2: Netzverfeinerungen beim Brunnenproblem: Ausgangsnetz mit 4 Vierecken, regelmäßige Verfeinerung und Verfeinerung mit Hilfe des Fehlerindikators

Die regelmäßige Verfeinerung führt durch kontinuierliche Halbierung aller Elementseiten in 6 Iterationsschritten zu einem Netz mit 16641 Knoten. Hier liegt die Abweichung am Brunnenknoten noch bei 0.102 m, also bei einem Fehler von 18%. Diese Genauigkeit erreicht das anhand des Fehlerindikators verfeinerte Netz schon mit 104 Knoten. Eine höhere Genauigkeit im gesamten Gebiet wird ebenfalls durch den Fehlerindikator mit weniger Knoten erreicht.

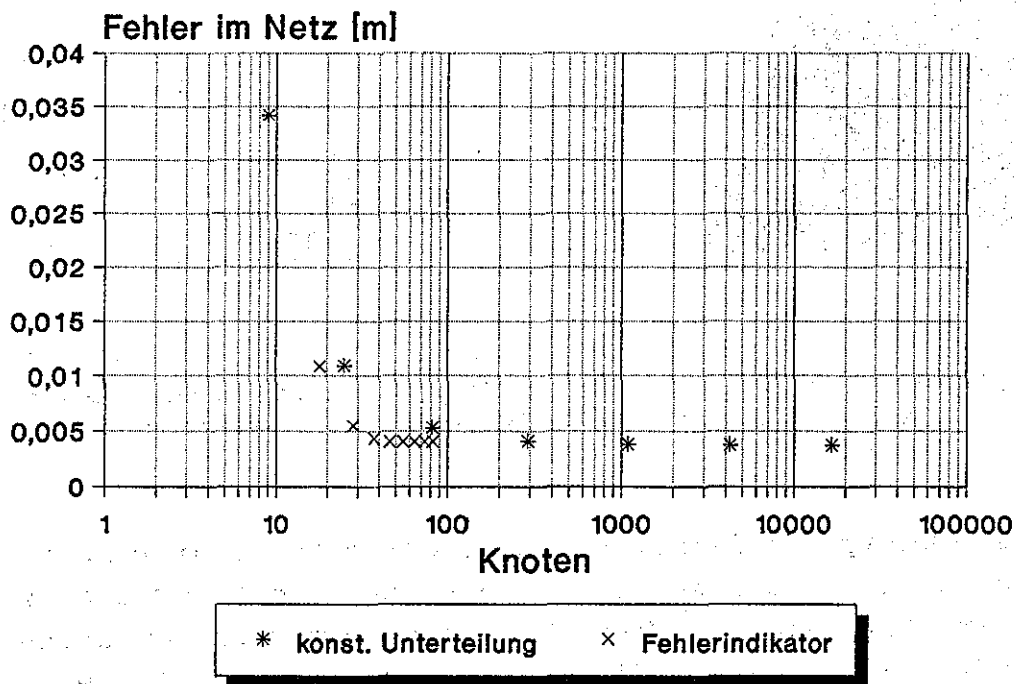
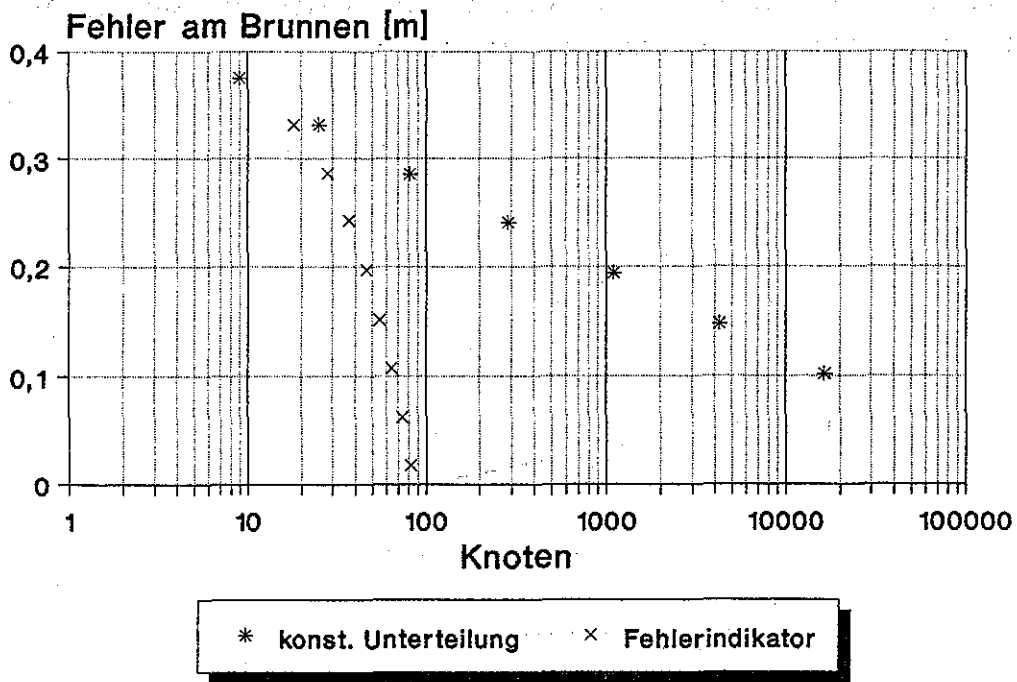
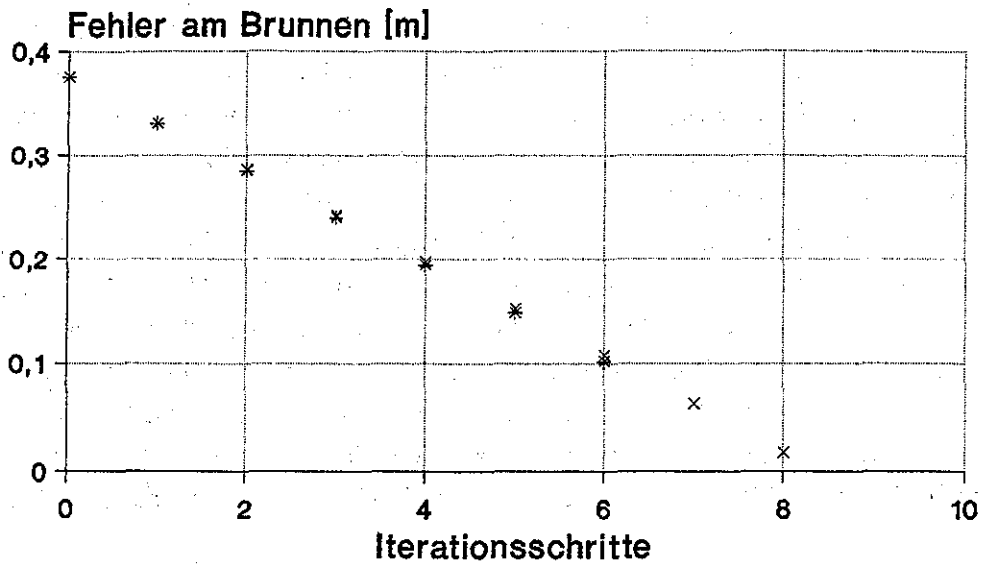
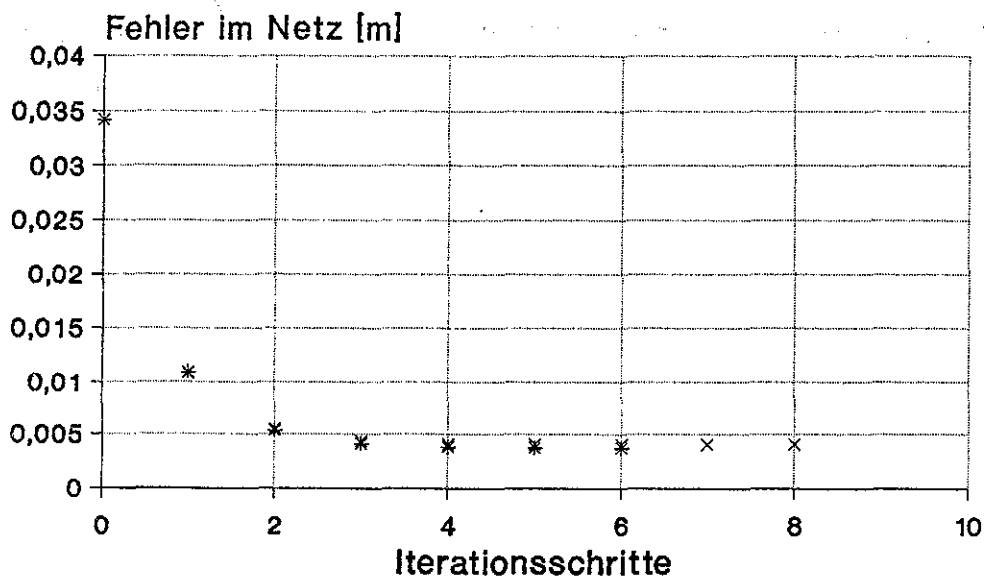


Bild 6.3: Fehler am Brunnen und Gesamtfehler im Gebiet in Abhängigkeit von der Knotenanzahl (Knotenanzahl 10er-logarithmisch dargestellt)



* konst. Unterteilung x Fehlerindikator



* konst. Unterteilung x Fehlerindikator

Bild 6.4: Fehler am Brunnen und Gesamtfehler im Gebiet in Abhängigkeit von der Anzahl der Iterationen

Die Ergebnisse zeigen, daß sowohl die Genauigkeit am Brunnenknoten, als auch die Gesamtgenauigkeit mit Hilfe des Fehlerindicators mit wenigen zusätzlichen Knoten rasch gesteigert werden kann. Hierbei sollte jedoch der Aufwand, der durch die Iterationen entsteht, nicht außer Acht gelassen werden. Betrachtet man den Fehler in Abhängigkeit von der Anzahl der Iterationsschritte, so zeigt sich, daß sowohl die konstante Unterteilung, als auch die Unterteilung anhand des Fehlerindicators je Iterationsschritt nahezu identische Ergebnisse liefern. Dies zeigt deutlich, daß mit Hilfe des Indicators die entscheidenden Elemente verfeinert werden. Alle weiteren Knoten der regelmäßigen Verfeinerung haben keine verbessernde Wirkung.

Das zweite Beispiel zeigt die Anwendung des Fehlerindicators bei einem Vertikalmodell. Der Grundwasserstrom umfließt in einem gespannten Leiter eine Spundwand, die den Querschnitt um 50% einengt. Hierdurch entsteht am Spundwandfuß eine Singularität, die durch eine Netzverfeinerung erfaßt wird. Als Randbedingungen seien am rechten und linken Rand unterschiedliche Potentiale vorgegeben, so daß das Modell eine Durchflußmenge liefert, die sich bei besserer Verfeinerung dem realistischen Wert annähert.

Spundwand

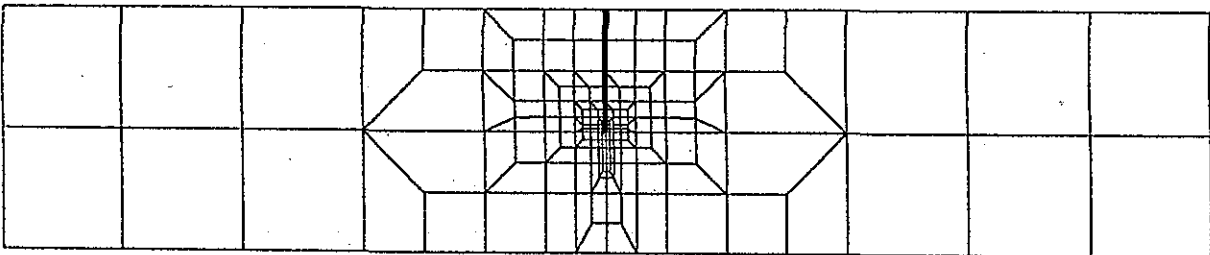
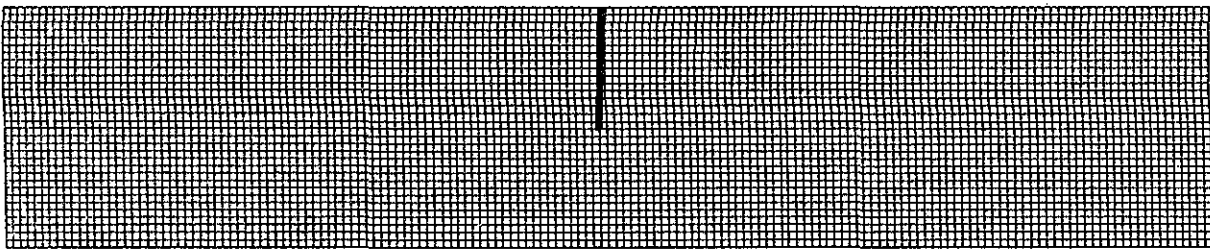
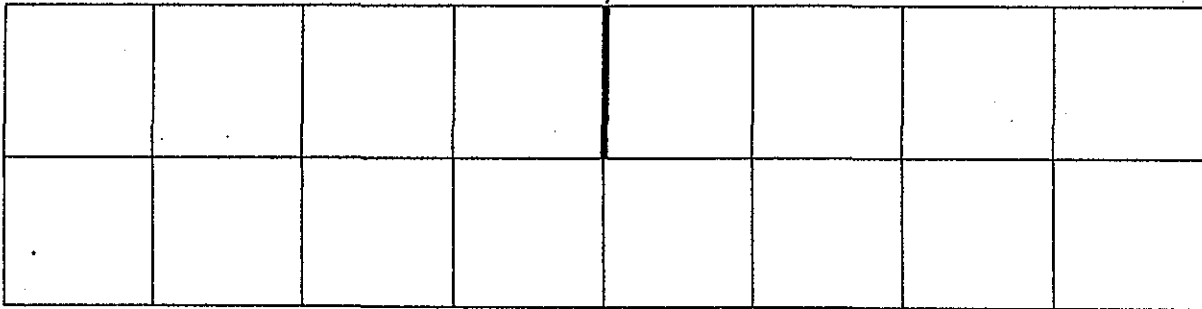


Bild 6.5: Netzverfeinerung bei einer umströmten Spundwand: Ausgangsnetz, regelmäßige Verfeinerung und Verfeinerung mit Hilfe des Fehlerindikators

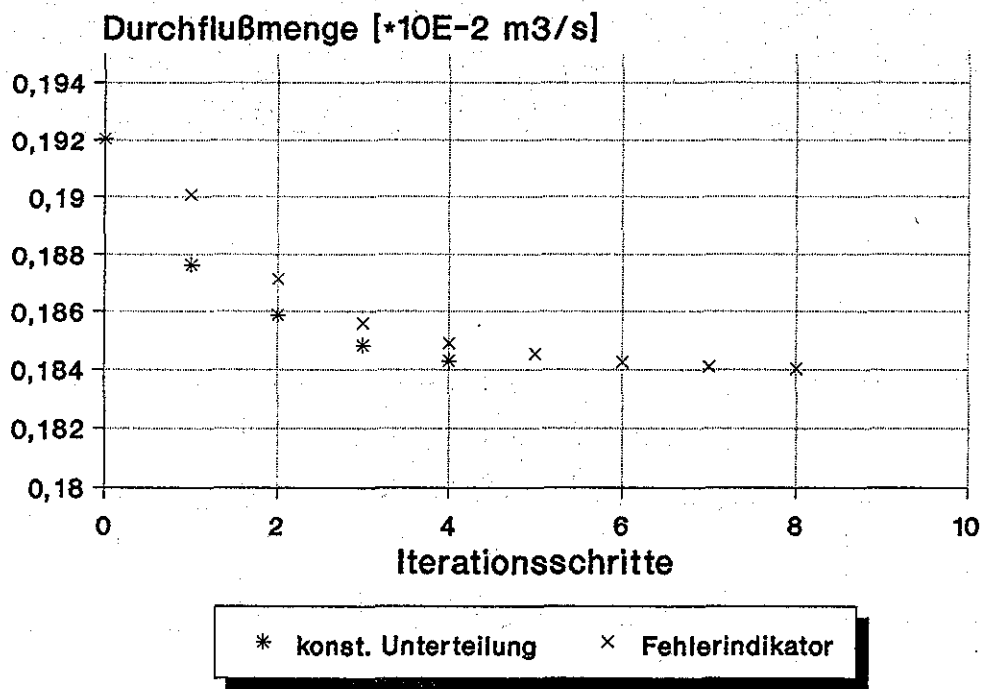
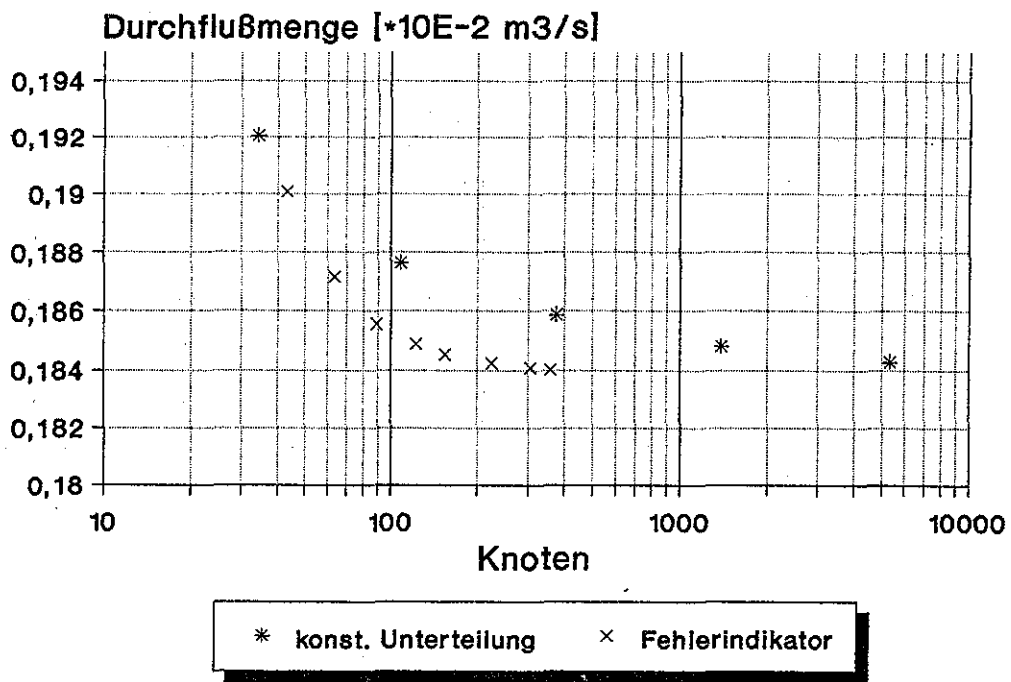


Bild 6.6: Durchflußmenge in Abhängigkeit von der Knotenzahl und der Anzahl der Iterationen

Auch hier zeigen die Ergebnisse eine größere Effektivität der Verfeinerung mit Hilfe des Fehlerindikators. Zwar führt in diesem Beispiel die regelmäßige Verfeinerung bei gleicher Anzahl der Iterationen zu einem besseren Ergebnis, die wesentliche höhere Anzahl von Knoten macht jedoch die Verwendung des regelmäßigen Netzes unwirtschaftlich.

In der praktischen Anwendung kann der vorgestellte Geschwindigkeits-Fehlerindikator jedoch zu Fehlern führen. Ein Sprung in den Geschwindigkeiten zwischen zwei Elementen kann durchaus realistisch sein, wenn er mit einem entsprechenden Sprung in den Mächtigkeiten des Grundwasserleiters einhergeht.

Im folgenden Beispiel wird ein Brunnen betrachtet, der in einem Gebiet mit großer Mächtigkeit liegt. Am linken und rechten Rand des Gebietes liegen jedoch Elemente mit nur 10% der Mächtigkeit des inneren Bereiches. Der Zufluß zum Gebiet sei nur über den linken und rechten Rand möglich.

Aufgrund des Sprungs in den Mächtigkeiten ergibt sich bei konstantem k_x -Wert zur Erhaltung der Massenbilanz entlang der Gebietsgrenzen ein Sprung in den Geschwindigkeiten. Dieser Sprung führt in den anliegenden Elementen zu einem großen Betrag des Fehlerindikators, so daß das Verfahren diesen Bereich fälschlicher Weise verfeinert und den eigentlich interessierenden Absenktrichter des Brunnens nicht berücksichtigt.

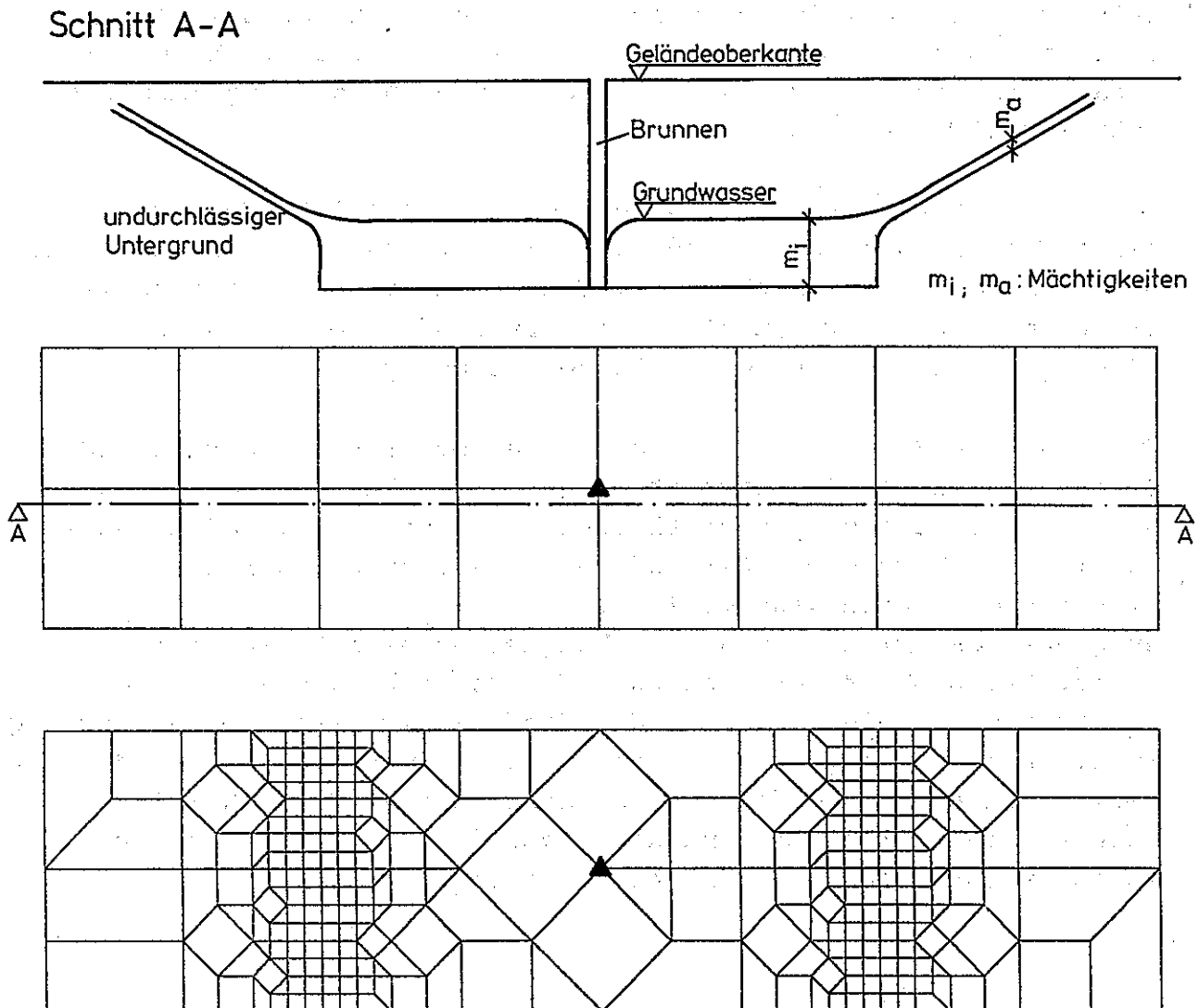


Bild 6.7: Grundwassermodell mit unterschiedlichen Mächtigkeiten:
Schnitt, Ausgangsnetz und falsche Verfeinerung

Dieser Fehler kann behoben werden, wenn der Fehlerindikator nicht den Sprung der Geschwindigkeiten entlang der Elementseiten integriert, sondern den Sprung in den zu- bzw. abfließenden Mengen berücksichtigt. Der Indikator würde dann auf die folgende Weise berechnet:

$$I_i^2 = h_i \int_{\Gamma_i} J(q)^T J(q) d\Gamma$$

mit

- h_i : Elementlänge,
- $J(q)$: Sprung der Mengen am Elementrand

wobei

$$q = v_i * m_i$$

mit

- v_i : Geschwindigkeitskomponente im Element i ,
normal zum Rand,
- m_i : Mächtigkeit im Element i .

Dieser Fehlerindikator führt dann zu einer sinnvollen Verfeinerung bei Modellen mit Sprüngen in der Mächtigkeit.

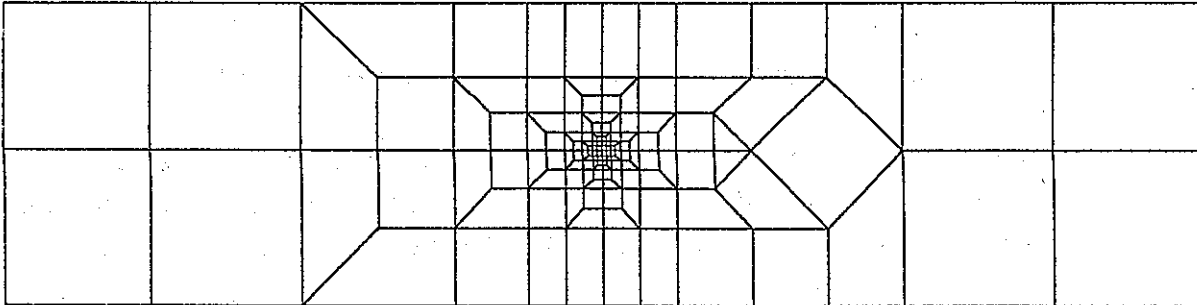


Bild 6.8: Grundwassermodell mit unterschiedlichen Mächtigkeiten:
sinnvolle Verfeinerung

6.2 Adaptive Neuvernetzung anhand von Bahnlinien

Eine völlig andere Vorgehensweise beinhaltet die im folgenden vorgestellte Neuvernetzung aufgrund von Bahnlinien. Aufgrund von zunächst empirischen Erfahrungen bei der Simulation von Grundwasserströmungen zeigte sich, daß die Orientierung der Elemente an den errechneten Bahn- und Isopotentiallinien bessere Ergebnisse lieferte. Das primäre Problem bei der Erstellung entsprechender Netze liegt allerdings in der Bestimmung der Bahnlinien.

Die Bestimmung von Grundwasserbahnlinien wird bisher noch oft von Hand vorgenommen. Anhand eines Isopotentialplanes und gegebenenfalls elementweise vorliegenden Richtungspfeilen werden die Bahnlinien senkrecht auf den Potentiallinien stehend konstruiert. Auch teilweise in Grundwasserprogrammen vorhandene entsprechende Module arbeiten auf diese Weise. Diese Methode weist mehrere Unzulänglichkeiten auf:

- Die Anzahl der Bahnlinien ist frei und nicht aussagekräftig.
- Die Wahl des Startpunktes einer Bahnlinie ist nicht festgelegt.
- Flächenhafte Quellen und Senken werden nicht berücksichtigt.
- Diskontinuitäten der Massenbilanz zweier aneinanderliegender Elementseiten werden nicht berücksichtigt und führen zu Fehlern bei der Verfolgung der Richtungsvektoren.

Als Beispiel für die Grenzen dieser Vorgehensweise soll eine Gruppe von drei Brunnen dienen, deren Einzugsgebiet mit Hilfe der Bahnlinien bestimmt werden soll. Das FE-Netz ist recht einfach, so daß Ungenauigkeiten erwartet werden. Um den Einzugsbereich ermitteln zu können, werden in den um jeden Brunnen liegenden Elementen mehrere gestartet und entgegen der Strömungsrichtung rückverfolgt. Die so ermittelten Bahnlinien kennzeichnen in etwa das Einzugsgebiet der Brunnengalerie.

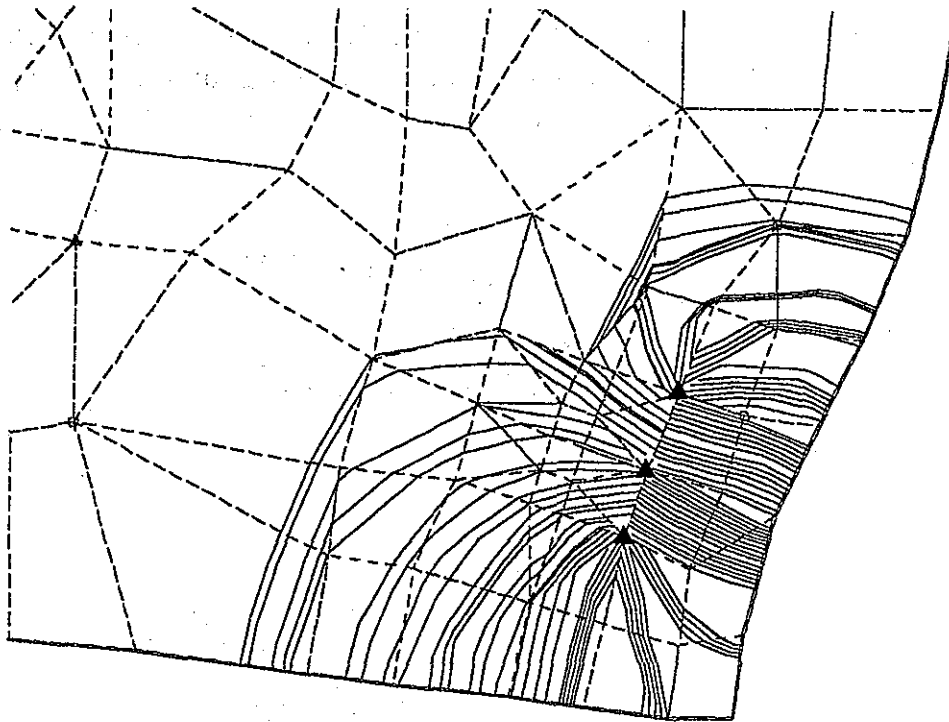


Bild 6.9: Bahnlinien von einer Brunnengalerie nach manueller Methode

Das Ergebnis dieser Bahnlinienbestimmung zeigt deutlich die Problematik dieses Vorgehens. Bahnlinien, die im gleichen brunnennahen Element entgegen der Strömungsrichtung gestartet werden, folgen zunächst und auch in den anschließenden Elementen denselben Richtungsvektoren und gelangen so gebündelt zum selben Ziel. Eine Querverteilung, also eine Vereinzelung der Bahnlinien senkrecht zur Strömungsrichtung, findet nicht statt.

Grund hierfür ist die Nichtbeachtung der Diskontinuität der Wassermengen, die an aneinanderliegenden Elementen entsteht. Der Massenstrom über eine Elementseite berechnet sich aus

$$q_i = \int_{\Gamma_i} v_{in}^e * m^e d\Gamma_i$$

wobei

q_i Zufluss über die Seite i

v_{in}^e Strömungsgeschwindigkeit im Element e normal zur Seite i

m^e Mächtigkeit des Elementes e

Liegen zum Beispiel zwei Elemente mit gleichen Strömungsvektoren v aber unterschiedlichen Mächtigkeiten m_1 und m_2 aneinander, so kommt es zu einer Differenz im Zu- bzw. Abfluß q_1 und q_2 an der gemeinsamen Seite.

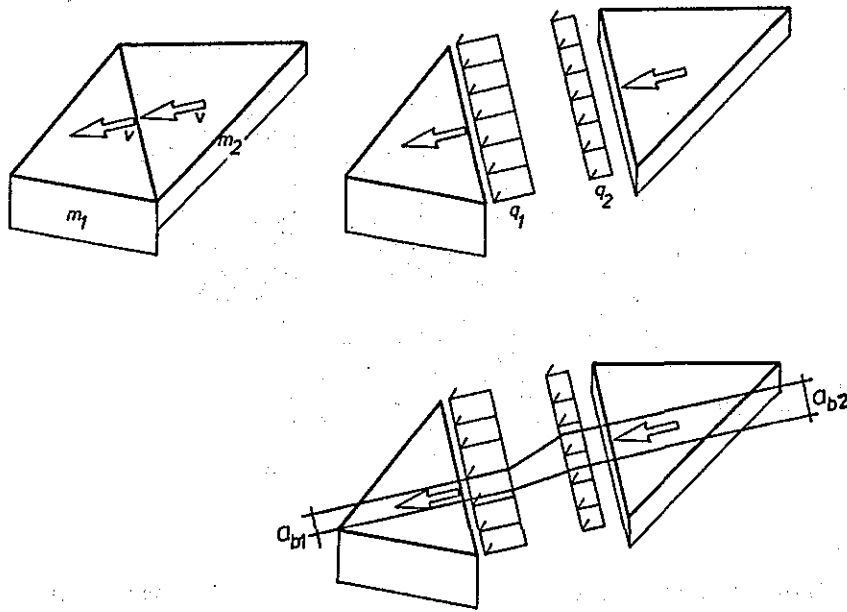


Bild 6.10: Versetzen der Bahnlinien beim Übergang von einem Element in ein anderes

Eine Bahnlinie beschreibt eine Grenze über die keine Wassermenge transportiert wird, d.h. die Wassermenge zwischen zwei Bahnlinien bleibt konstant (solange keine Zusickerung oder Verluste von oben oder unten vorhanden sind). Verfolgt man aber zwei Bahnlinien am Übergang zweier Elemente mit z.B. unterschiedlichen Mächtigkeiten, so zeigt sich, daß zur Erhaltung der Masse die Bahnlinien im Element mit der größeren Mächtigkeit enger beieinander (Abstand a_{b1}), im Element mit der geringeren Mächtigkeit weiter auseinander (Abstand a_{b2}) liegen müssen.

Dieser Querverteilungseffekt tritt in einem normalen FE-Netz an allen Elementseiten auf und muß daher bei der Berechnung der Bahnlinien berücksichtigt werden.

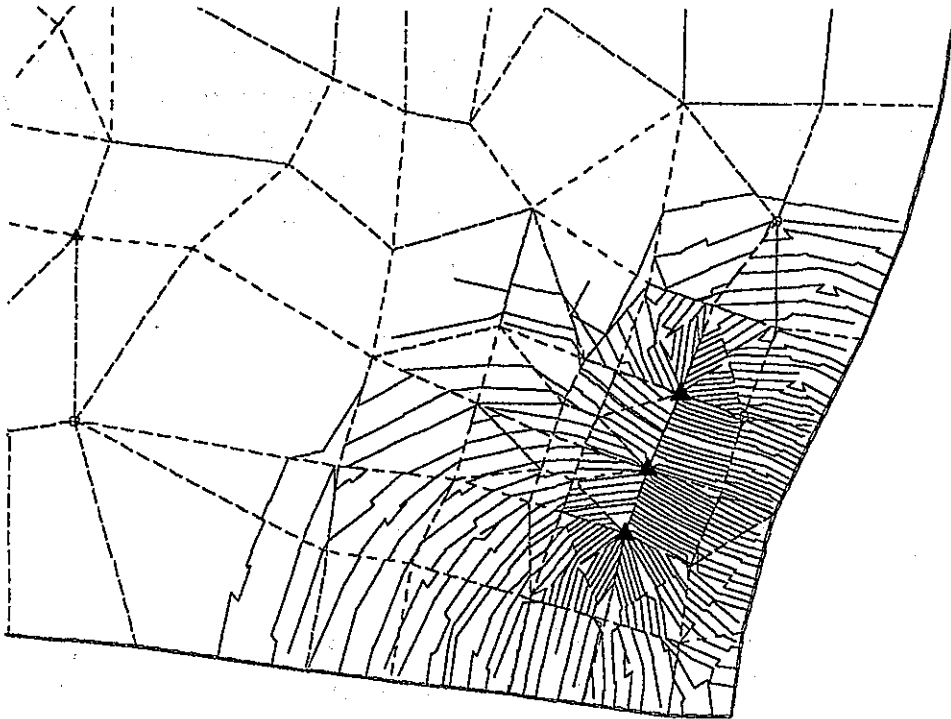


Bild 6.11: Bahnlinien von einer Brunnengalerie unter Berücksichtigung der Querverteilung

6.2.1 Grundlagen der Bahnlinienberechnung

Die Kopplung zweier Elemente erfolgt bei der Methode der Finiten Elemente mit Hilfe der gemeinsamen Knoten über die Gesamttransmissivitätsmatrix \underline{K} , wobei \underline{K} mit Hilfe der Transformationsmatrix \underline{a} aus den Elementmatrizen \underline{k} zusammengestellt wird.

$$\underline{K} = \sum \underline{a}^T \underline{k} \underline{a}$$

Die Lösung des Gesamtsystems erfolgt dann mit Hilfe des Gleichungssystems

$$\underline{K} \underline{h} = \underline{Q}$$

wobei

- \underline{K} : Gesamttransmissivitätsmatrix,
- \underline{h} : Vektor der Knotenpotentiale und
- \underline{Q} : Vektor der Knotenmengen.

Um den Massenstrom von einem Element in das nächste verfolgen zu können, müssen also die zugehörigen Knoten betrachtet werden. Hier gilt für jeden Knoten der Grundsatz der Kontinuität, also des Massenerhalts (entsprechend dem Knotengleichgewicht der Mechanik). Diese Kontinuität findet ihren Ausdruck in der zum Knoten i gehörenden Spalte i des Gleichungssystems.

$$\sum_j K_{ij} h_j = Q_i$$

Hierin drückt jedes Produkt $K_{ij} * h_j$ die dem Knoten i vom Knoten j zufließende Menge Q_{kj} aus.

Um nun die Menge festzustellen, die jedem Knoten aus den anliegenden Elementen zufließt, muß zunächst die allgemeine Gleichung der Massenbilanz im Element betrachtet werden. Hier gilt:

$$\int_{\Omega} w \, d\Omega - \int_{\Gamma} q \, d\Gamma = 0$$

Das hierin enthaltene Randintegral kann für jedes Element in die Summe der Integrale über die Elementseiten s umgeformt werden:

$$\int_{\Gamma} q \, d\Gamma = \sum_s \int_{s_1} q \, ds_1$$

Jedes Elementseitenintegral kann wiederum mit Hilfe der Ansatzfunktionen ϕ in den Knotenvektor \underline{q} mit den Knotenwerten q_a und q_b übertragen werden. Für jede Elementseite gilt dann

$$\underline{q}^{s_1} = \int_{s_1} \phi^T \bar{q} \, ds_1 = \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \end{bmatrix} \quad \text{wobei} \quad q_a + q_b = \int_{s_1} \bar{q} \, ds_1$$

Für die für die Knoten a und b ergeben sich so die über die Elementseite i zufließenden Mengen q_a und q_b . Faßt man nun diese Mengen Knotenweise zusammen, erhält man je Knoten die folgende Knoten-Kontinuitätsgleichung, die für jeden Knoten i die aus dem Element e über die Seite s zufließenden Mengen summiert:

$$Q_i = \sum_j K_{ij} h_j = \sum_e \sum_s q^{s_i} = \sum_e \int_{s_{e_i}} \phi_i q \, ds_{e_i}$$

Für ein lineares Dreieckselement, wie es im verwendeten Grundwasserprogramm SICK100 [SCHM89] implementiert ist, wird der Zustrom über einen Elementrand je zur Hälfte auf die beiden Seitenknoten verteilt:

$$q^{s_i} = \int_{s_i} \phi^x \bar{q} \, ds_i = \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} q & l_i \\ \frac{1}{2} q & l_i \end{bmatrix}$$

wobei l : Länge der Seite s_i

Die Knotenwerte $\frac{1}{2}ql$ können als Ergebnis der Integration über die Durchflußmenge vom Knoten i bis zur Mitte der entsprechenden Elementseite betrachtet werden.

Dies führt bei der Berechnung der Massenbilanz um einen Knoten zur Summation über alle anliegenden Elementseitenhälften. Diese Summation muß bei einem Knoten ohne äußeren Zufluß Q_i den Betrag Null ergeben.

6.2.2 Verfolgen einer Bahnlinie 'durch' einen Knoten

Faßt man nun die an einem Knoten anliegenden halben Elementseiten grafisch zusammen, erhält man einen Polygonzug. Zur Verfolgung einer Bahnlinie am zugehörigen Knoten wird der Punkt ermittelt, an dem die Bahnlinie dieses Polygon erreicht. Von diesem Punkt ausgehend, können nun entlang des Polygons die dem Knoten zu-

bzw. anfließenden Mengen aufsummiert werden, bis die Summe wieder den Betrag Null erreicht. An dieser Stelle ist der gesuchte Punkt des Austritts der Bahnlinie aus dem Knoten erreicht. Gleichzeitig ist die Massenbilanz entlang des integrierten Weges eingehalten worden.

Bild 6.12 veranschaulicht diese Vorgehensweise. Es werde der Knoten i betrachtet, der gemeinsamer Eckknoten der Dreiecke [1] bis [4] ist. Die Elemente liegen in einem konstanten Geschwindigkeitsfeld, das entgegen der Y -Richtung orientiert sei. Die Seitenlänge der anliegenden Elementseiten sei s . Bild 6.12.b zeigt den Knoten i mit den zugehörigen halbierten Elementseiten. Die Elementseiten ergeben zusammen einen kreuzförmigen Polygonzug, der, wie in Bild 6.12.c gezeigt, an den inneren Punkten nach außen gezogen wird, so daß ein sternförmiges Bild entsteht, dessen Strecken durch die Elementseitenhälften s_{13} , s_{12} , s_{21} usw. gebildet werden.

In Bild 6.12.d sind für jede dieser Seiten die zu- bzw. abfließenden Mengen q_{in} bzw. q_{ex} dargestellt. Betrachtet man die in Bild 6.12.a gestrichelt dargestellte Bahnlinie, so erkennt man, daß sie die Elementseite s_{13} in der Nähe des Seitenmittelpunktes erreicht. Dies ist auch in Bild 6.12.e zu erkennen. Die in Bild 6.12.f dargestellte Integration über den konstanten Zu- bzw. Abfluß entlang der Elementseiten s_{13} und s_{31} führt zum Ergebnis 0 an der Stelle, an der die Bahnlinie in das Element [3] eintritt. Somit ist der Verlauf der Bahnlinien 'durch' den Knoten i bestimmt, wobei die Kontinuität gewahrt wurde.

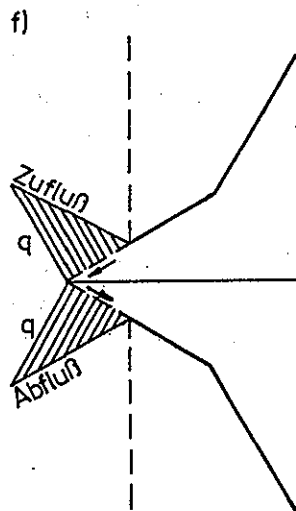
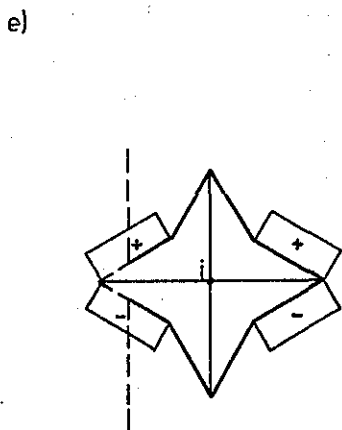
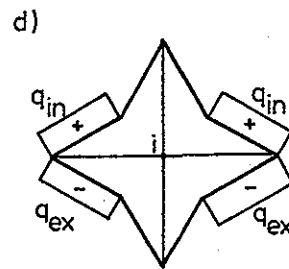
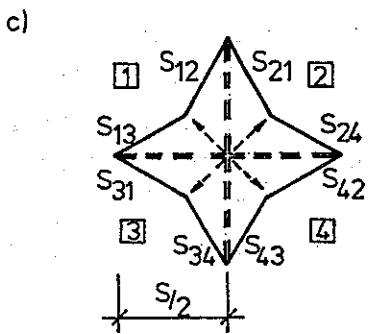
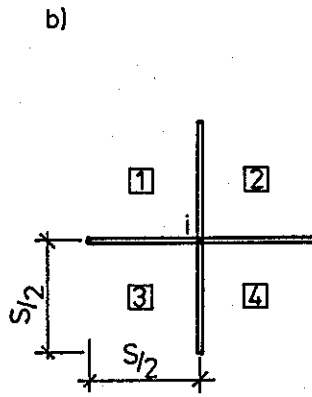
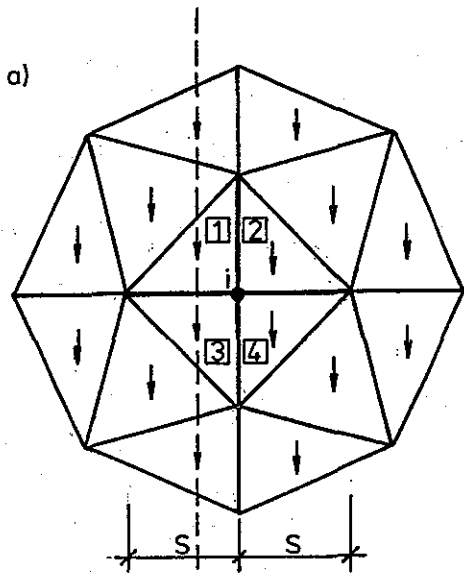


Bild 6.12: Verfolgen einer Bahnlinie 'durch' einen Knoten

Diese Vorgehensweise läßt sich jedoch nur dann realisieren, wenn der Knoten im Gleichungssystem keine äußeren Zuflüsse erhält. Diese würden bei der Summation über die Elementseiten nicht erfaßt, so daß die Summation über das gesamte Polygon einen Betrag ungleich Null ergeben würde, nämlich den fehlenden äußeren Zufluß.

Um diesen Zufluß berücksichtigen zu können, wird das Knotenpolygon in einen Ring von Viereckselementen überführt. Hierzu werden an jeder Polygonseite innen fiktive Viereckselemente angebracht. Diese bestehen intern aus einem Mittelknoten und vier Dreiecken. Das so entstandene Mini-FE-Netz erhält als Randbedingung an der Aussenseite die über die zugehörige Elementseite zufließende Menge. Innen wird die dem Knoten von aussen zu- oder abfließende Menge auf die fiktiven Elementseiten verteilt.

Das Ganze stellt ein Grundwasser-Problem mit vorgegebenen Randmengen dar und kann ohne weiteres berechnet werden. Ebenso kann die von außen ankommende Bahnlinie durch dieses fiktive Modell verfolgt werden. Der Austrittspunkt der Bahnlinie ergibt sich entweder in ein Nachbarelement oder die Bahnlinie endet auf der Innenseite des Rings. Dies deutet darauf hin, daß das entsprechende Wasserteilchen aus der im Knoten infiltrierten Menge stammt.

Bild 6.13 veranschaulicht das Prinzip. Der betrachtete Knoten sei mit einer Entnahme Q_k belegt, die aus dem den Knoten umströmenden Grundwasserstrom entnommen wird (Bild 6.13.a). Bild 6.13.b zeigt die analog zu Bild 6.12 aufgespannten Seitenhälften der anliegenden Elemente. Diese sind aber nicht durch ein Polygon, sondern jeweils durch ein Viereck mit Mittelknoten repräsentiert. Diese acht Vierecke bilden ein fiktives Grundwassermodell, in das die aus den Elementen zufließenden Wassermengen Q_{s13} , Q_{s12} , Q_{s21} usw. ein- bzw. ausfließen. Die Knotenmenge Q_k wurde gleichmäßig als Entnahme auf die Innenseiten des Elementsternes verteilt.

Die Berechnung der Bahnlinien durch dieses 'Minimodell' zeigt, daß die Bahnlinie 1 versetzt in das Nachbarelement weiter geführt wird, während die Bahnlinie 2 im Brunnenknoten endet.

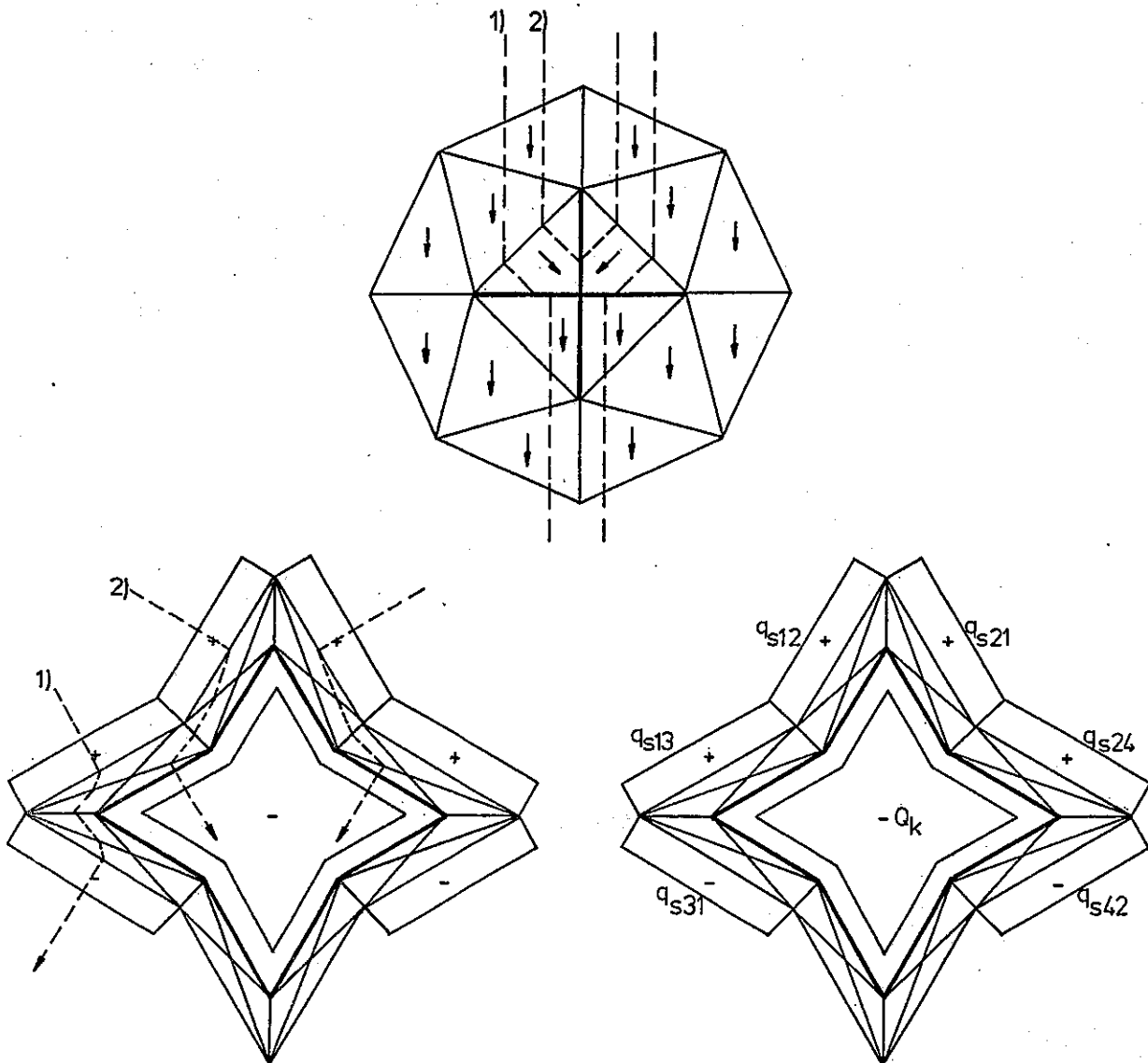


Bild 6.13: Verfolgen der Bahnlinien 'durch' einen Brunnenknoten

6.2.3 Ermittlung der Startpunkte der Bahnlinien

Die Ermittlung von Startpunkten für Bahnlinien kann ebenfalls mit Hilfe der Knotenbilanzen vorgenommen werden. Aus der Vorgabe eines Schwellwertes für die Wassermenge kann pro Brunnenknoten die hier zu startende Anzahl Bahnlinien durch Division der Knotenreaktionsmenge durch den Schwellwert ermittelt werden. Die Bahnlinien werden dann entsprechend den über die anliegenden Elementseiten zufließenden Wassermengen verteilt, indem - beginnend an einem beliebigen Startpunkt - die Mengen aufsummiert werden, bis der gewählte Schwellwert erreicht ist. Von den so

gefundenen Stellen auf den Elementseiten können dann die Bahnlinien durch das nächste Element und dann über die nächste Kante und so fort verfolgt werden.

Ebenso können Startpunkte entlang des Randes oder entlang von Vorflutern ermittelt werden. Die zu- bzw. abfließenden Mengen werden solange aufaddiert, bis der Schwellwert erreicht ist. Von dieser Elementseite wird die Berechnung eine Bahnlinie begonnen und anschließend die Summation fortgesetzt.

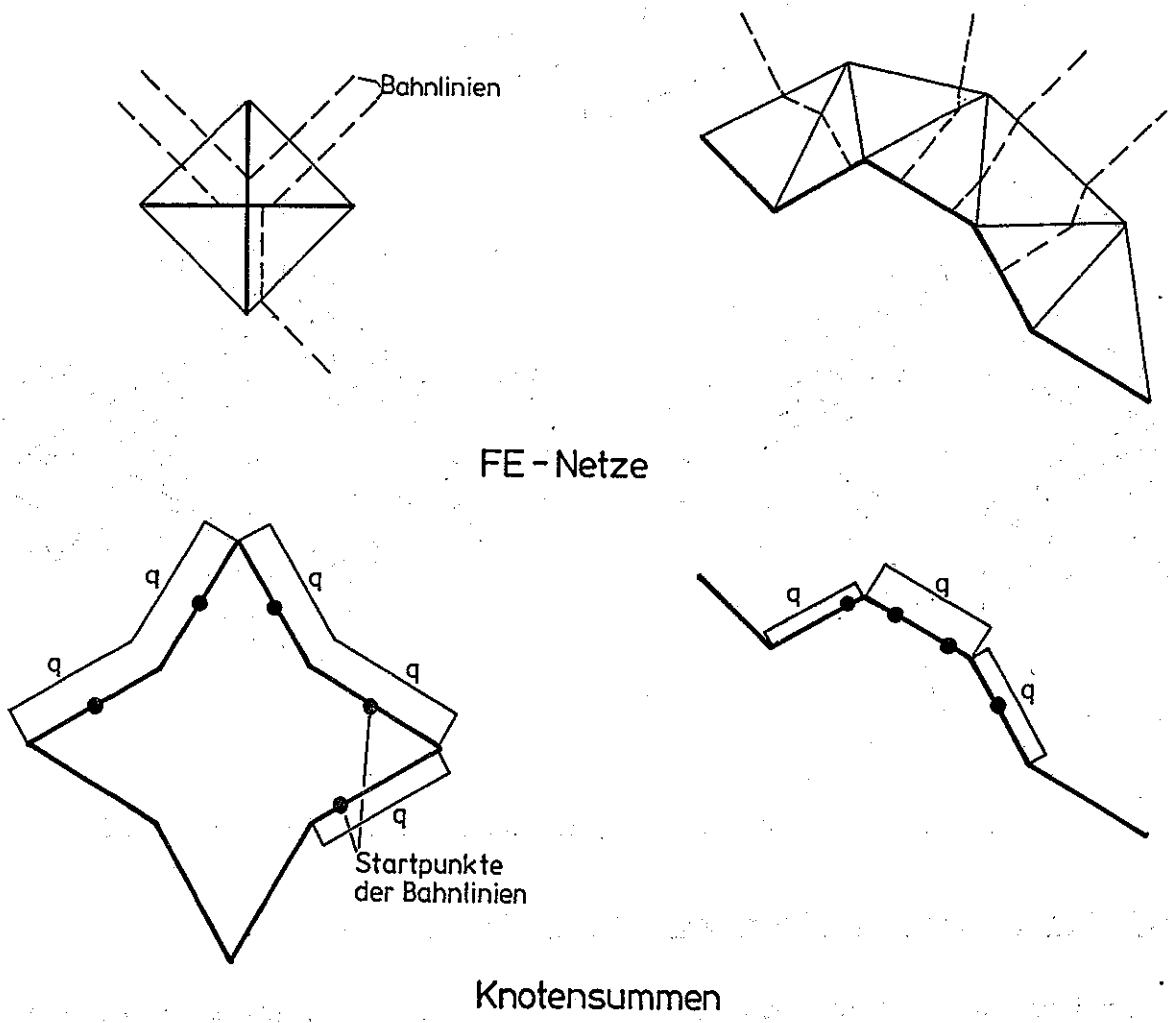


Bild 6.14: Startpunktermittlung für Bahnlinien an Knoten und entlang Polygonen

Die Bahnlinien enden an einer Elementseite zu einem Knoten, der eine Zusickerung aufweist. Dies kann entweder ein Randknoten sein, an dem Zuflüsse über den Rand errechnet wurden, oder ein beliebiger Knoten im Gebiet mit einer Infiltration.

In den meist verwendeten Horizontalmodellen wird die Grundwasserneubildung berücksichtigt. Sie wird als geringe Zusickerung auf alle Knoten des Netzes verteilt. Hierdurch erhält jeder Knoten einen Zufluß, kann also Endpunkt für die Rückwärtsverfolgung einer Bahnlinie sein. Dies führt praktisch zu einer statistischen Ausdünnung der Bahnlinien z.B. entlang des Einzugsbereiches eines Brunnens und repräsentiert so die Verteilung der Grundwasserneubildung. Dieser Effekt wird allerdings erst dann sinnvoll, wenn eine größere Anzahl von Bahnlinien je Brunnen erzeugt wurde.



Bild 6.15: Bahnlinien eines Grundwassermodells

Die so berechneten Bahnlinien geben neben den Fließwegen des Grundwassers auch einen Überblick über die fließenden Mengen, so

daß bei dicht liegenden Bahnlinien von großen Mengen, bei vereinzelt liegenden Bahnlinien von geringen Mengen ausgegangen werden kann.

Die Darstellung der Bahnlinien wird jedoch stark von der Qualität des FE-Netzes beeinflusst, da große Diskontinuitäten an den Elementrändern zu einem großen seitlichen Versatz der Bahnlinien führen. Dieses kann zu einem gewissen Grade mit Hilfe von interpolierenden parametrischen kubischen Splines, wie sie zum Beispiel von Engeln-Müllges [ENG87] beschrieben werden, ausgeglichen werden.

6.2.4 Netzerstellung anhand von Bahnlinien

Läßt man die Startpunkte der Bahnlinien vom Programm mengenorientiert ermitteln, so erhält man eine Verteilung, die die Bahnlinien an Singularitäten wie Brunnen und Ecken verdichtet, in homogenen Bereichen aber konstant hält. Dies entspricht dem Wunsch, bei der Erstellung des FE-Netzes die Elemente ebenso zu behandeln. Überlagert man die Bahnlinien mit den Isopotentiallinien, so erhält man ein Rechteckgitter, das dem gewünschten FE-Netz recht nahe kommt.

- Bahnlinien
- - - Isopotentiallinien
- ▲ Brunnen

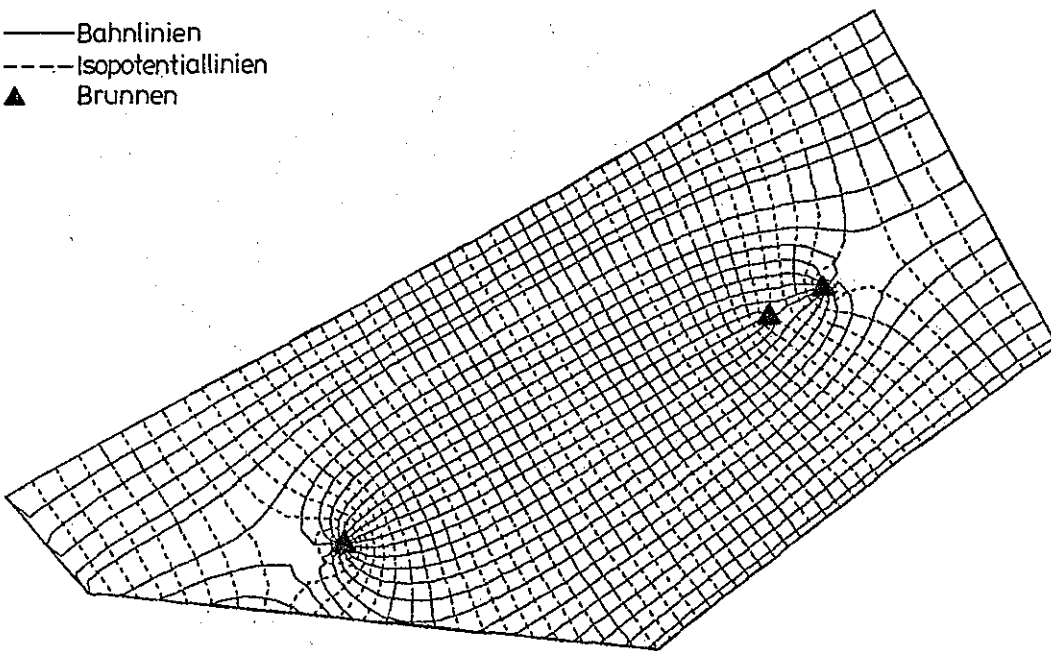


Bild 6.16: Bahnlinien und Isopotentiallinien eines Grundwassermodells

Dieser Umstand kann zur Erstellung eines neuen adaptiven FE-Netzes genutzt werden. Durch Vorgabe einer konstanten Schrittweite der Potentiallinien werden entlang der Bahnlinien FE-Knoten erzeugt. Die so erzeugten Punkte und die zur Beschreibung des zu berechnenden Problems notwendigen Konturinformationen bilden die Grundlage der anschließenden Triangulierung, in der ein FE-Netz entsteht, dessen Elementgröße direkt von den fließenden Mengen und den Fließgeschwindigkeiten abhängt. Das so erzeugte FE-Netz bildet ein Gitter mit nahezu rechtwinkligen Elementen, deren Seitenverhältnis bei geschickter Wahl der Bahnlinien und der Potentialschrittweite nahe bei 1/1 liegt.

Das folgende Beispiel soll die Vorgehensweise verdeutlichen. Es zeigt eine Grundwassersituation mit zwei Schluckbrunnen oben rechts und einem Entnahmebrunnen. Die Grundströmung verläuft parallel zum oberen Netzrand von rechts nach links. Zunächst wird ein grobes Ausgangsnetz erstellt (Bild 6.17.a), hierfür werden die Strömung, ihre Potentialverteilung und die Bahnlinien berechnet (Bild 6.17.b).

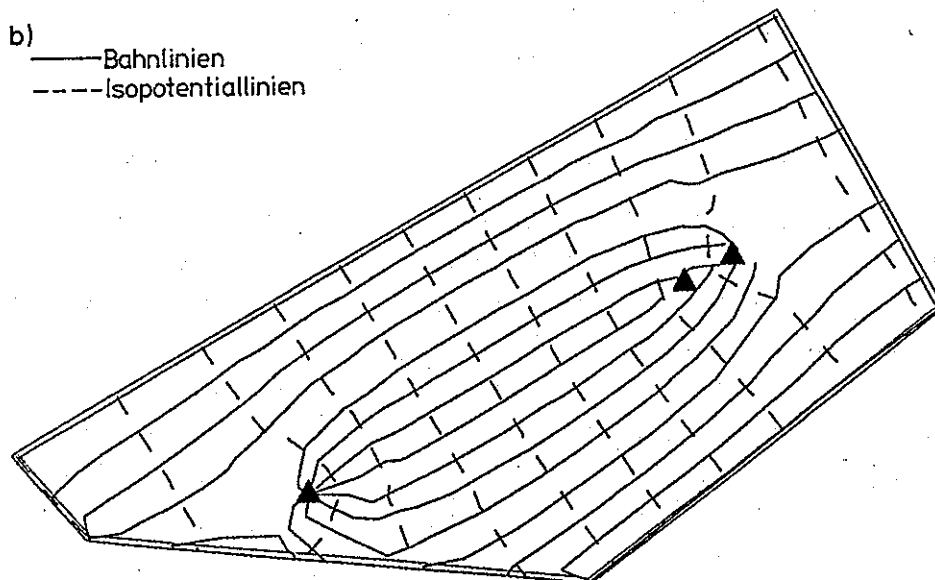
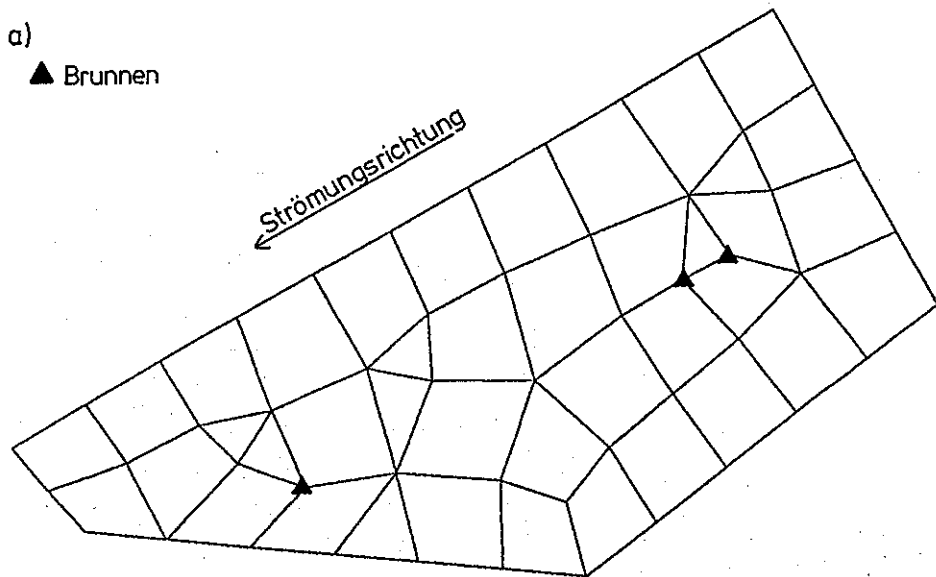


Bild 6.17: Ausgangsnetz und Ergebnisse der 1. Berechnung

Auf den Schnittpunkten der Bahn- und Isopotentiallinien werden neue Netzknoten erzeugt (+) und vernetzt. Nach einer Glättung der Netzgeometrie und der Zuweisung aller notwendigen Attribute ist das erste adaptive Netz fertig.

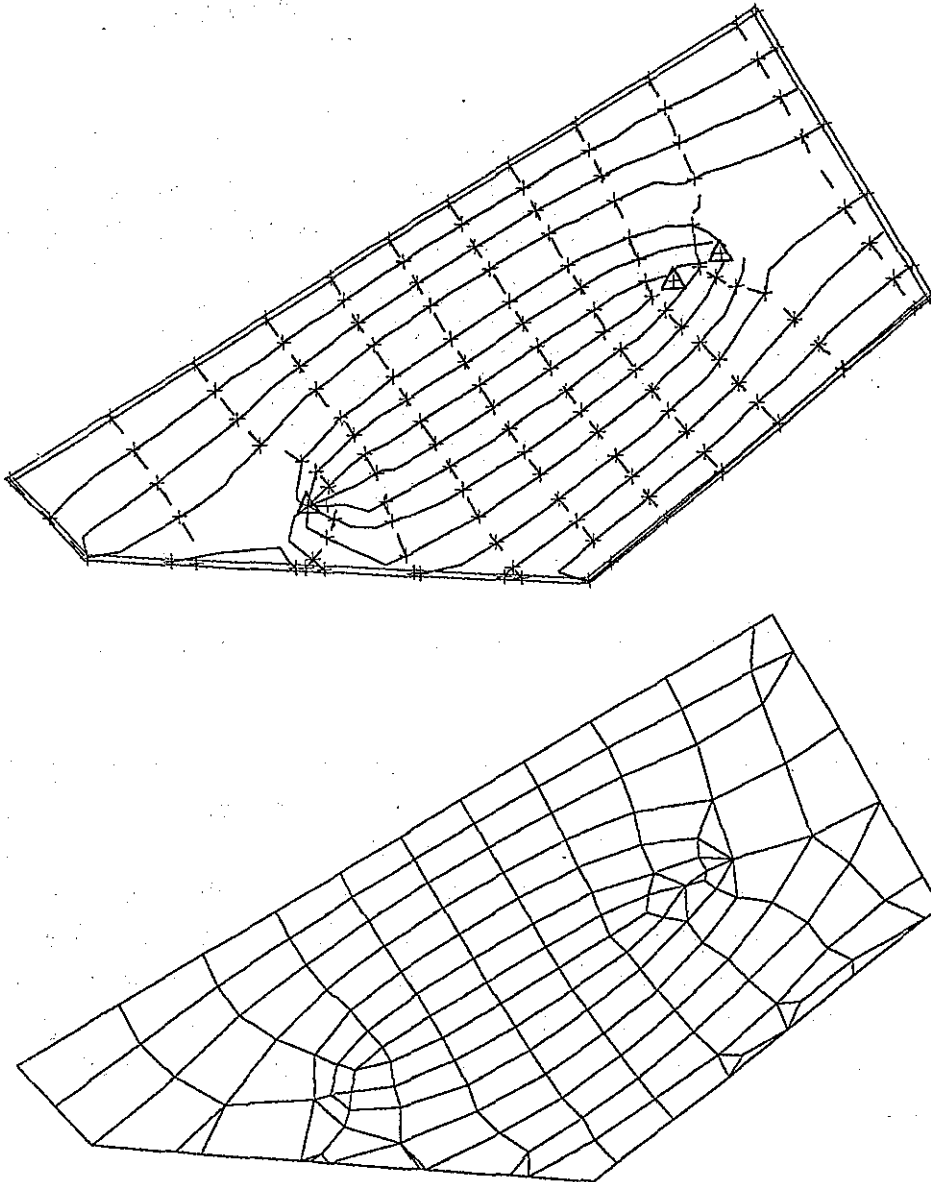


Bild 6.18: Adaptiv erzeugte Knoten und neues FE-Netz

Nach der zweiten Berechnung kann die Anzahl der Bahnlinien und der Isopotentiallinien erhöht werden. Dies ergibt im zweiten adaptiven Schritt ein noch feineres, ausgeglicheneres Netz.

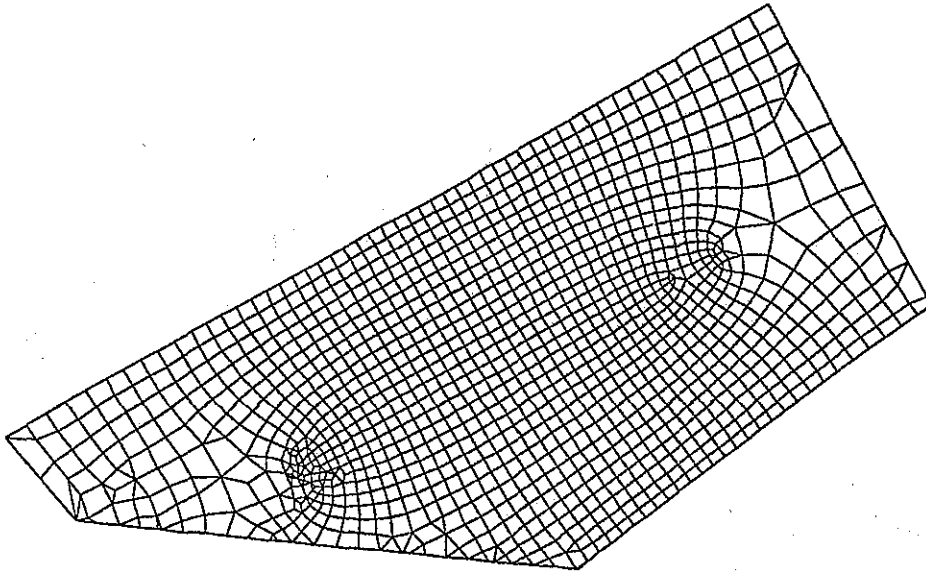


Bild 6.19: FE-Netz nach 2 adaptiven Berechnungen

Die so erstellten Netze führen auch im Bereich von Singularitäten zu gut gestuften FE-Netzen. Hier entsteht durch die Konzentration von Bahnlinien - die zum Beispiel zu einem Brunnen führen - und die Häufung von Potentiallinien des Absenktrichters eine radiale Verfeinerung. Durch die auf den Kreuzungsstellen der Bahn- und Potentiallinien erzeugten Punkte erhalten die Elemente um diese Singularität günstige Proportionen, wobei die Abstufung der Elementlängen das Verhalten der Grundwasseroberfläche gut approximiert.

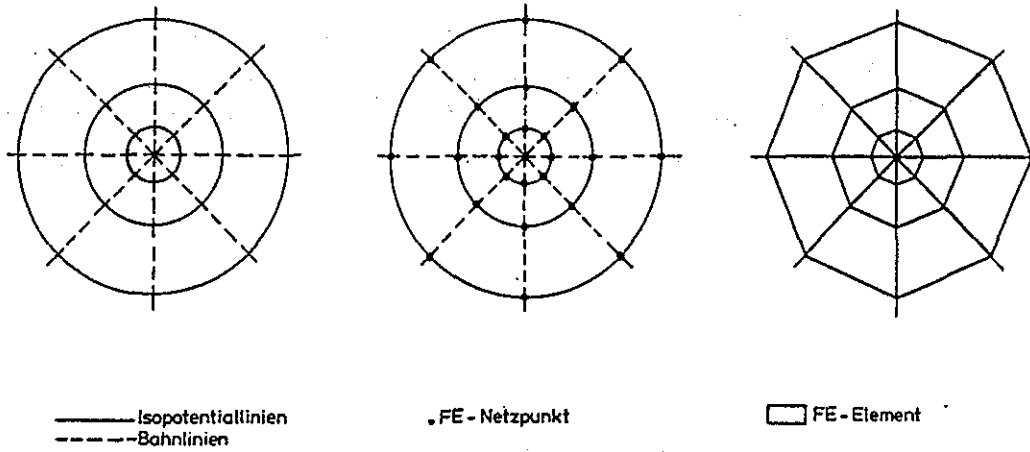


Bild 6.20: Bahn- und Isopotentiallinien, generierte Punkte und generiertes Netz um einen Brunnen

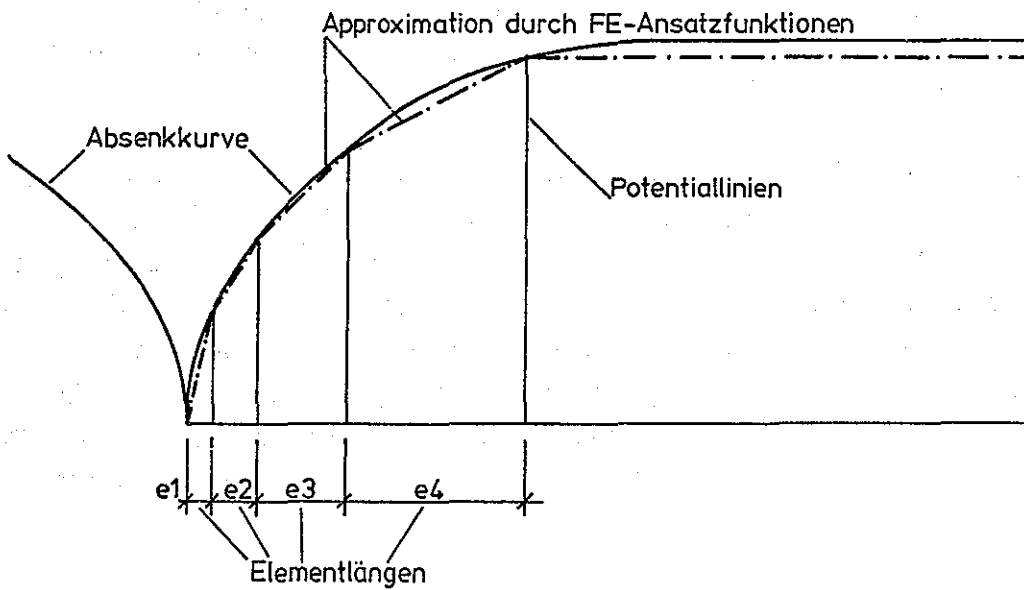


Bild 6.21: Approximation eines Absenktrichters durch mit Hilfe von Bahnlinien erzeugte Elemente

6.4 Ansprüche der Stofftransportberechnung an ein FE-Netz

Wie die Untersuchungen von König [KÖN91] zeigen, hat die Form der FE-Elemente bei der Simulation des Stofftransportes einen erheblichen Einfluß auf die Qualität der Ergebnisse. Zur Stofftransportberechnung sollten die Elemente in Richtung der Strömung orientiert sein. Die optimale Länge der Elementseiten wird durch die Pecletzahl p_{ei} beschrieben, die einen Zusammenhang zwischen der Elementseitenlänge und der Geschwindigkeit herstellt.

$$P_{ei} = \frac{u_i \Delta x_i}{D_{i,i}} \leq 2$$

wobei P_{ei} elementbezogene Pecletzahl
 u_i Geschwindigkeit in Richtung i
 Δx_i Elementseitenlänge in Richtung i
 $D_{i,i}$ Dispersionstensor

Für die Beibehaltung einer gewählten Pecletzahl über das gesamte Netz ergeben sich für große Geschwindigkeiten u geringe Elementlängen Δx und umgekehrt.

Betrachtet man die Entstehung der Elemente bei der Generierung anhand von Bahnlinien, so zeigt sich, daß die so erstellten Netze eben diese Effekte berücksichtigen. Durch die Generierung der Knoten auf den Bahnlinien anhand konstanter Potentialdifferenzen entsteht eine Verdichtung der Elemente, also eine Verkürzung der Elementseiten Δx im Bereich von großen Gradienten i_e . Die geringen Abstände der Potentiallinien Δh führen in diesem Bereich direkt zu kurzen Längen der in Strömungsrichtung liegenden Seiten.

$$\Delta x = \frac{\Delta h}{i_{ex}} \quad \text{mit } \Delta h = \text{const. gew\u00e4hlt}$$

wobei

$\Delta h = h_1 - h_2$	Potentialdifferenz zweier Eckknoten entlang der Bahnlinie
i_{ex}	Gradient des Elementes e entlang der Bahnlinie
$\Delta x = x_1 - x_2$	Elementseitenl\u00e4nge entlang der Bahnlinie

Die H\u00e4ufung der Bahnlinien im Bereich von Singularit\u00e4ten f\u00fchrt auch quer zur Str\u00f6mungsrichtung zur gew\u00fcnschten Verk\u00fcrzung der Elementseiten:

Somit weisen FE-Netze, die mit Hilfe von Bahnlinien adaptiv erstellt wurden, die zur Stofftransportberechnung ben\u00f6tigten geometrischen Eigenschaften auf. Dieses Verhalten kann noch verbessert werden, wenn bei der adaptiven Netzerstellung auch die Ergebnisse der Stofftransportrechnung direkt ber\u00fccksichtigt werden. Diese liefern f\u00fcr das gegebene Netz den Verlauf der Stoff-Konzentrationen. W\u00e4hlt man verschiedene Verfeinerungsparameter f\u00fcr den Bereich der Schadstofffahne und den Bereich des unbelasteten Grundwassers, so k\u00f6nnen im unbelasteten Bereich FE-Knoten eingespart und zur Verdichtung im Bereich der Schadstofffahne verwendet werden.

Insbesondere bei zu groben Startnetzen werden oft aufgrund numerischer Probleme bei der Stofftransportberechnung schlechte Ergebnisse erzielt. Wie K\u00f6nig [K\u00f6n91] zeigt, f\u00fchren bei diesen Netzen Oszillationen der L\u00f6sung zu Konzentrationswerten au\u00dferhalb der Schadstofffahne. Diese Bereiche werden dann aber bei der adaptiven Netzerstellung mit verfeinert und die L\u00f6sung so in diesem Bereich verbessert.

Dies wird am folgenden Beispiel deutlich. Hier wurden in einem Versuchsgel\u00e4nde ein Entnahme- und zwei Schluckbrunnen errichtet. An einem der Schluckbrunnen wurden Pflanzenbehandlungsmittel (PBM) infiltriert und deren Ausbreitung im Grundwasser untersucht [OBE90]. Die Berechnung zeigt, da\u00df sich die Stoffe in einer Stofffahne vom Schluckbrunnen zum Entnahmebrunnen bewegen. Mit

Hilfe der adaptiven Netzerstellung konnte das Berechnungsnetz im Bereich der Fahne dichter vernetzt und so effektiv diskretisiert werden.

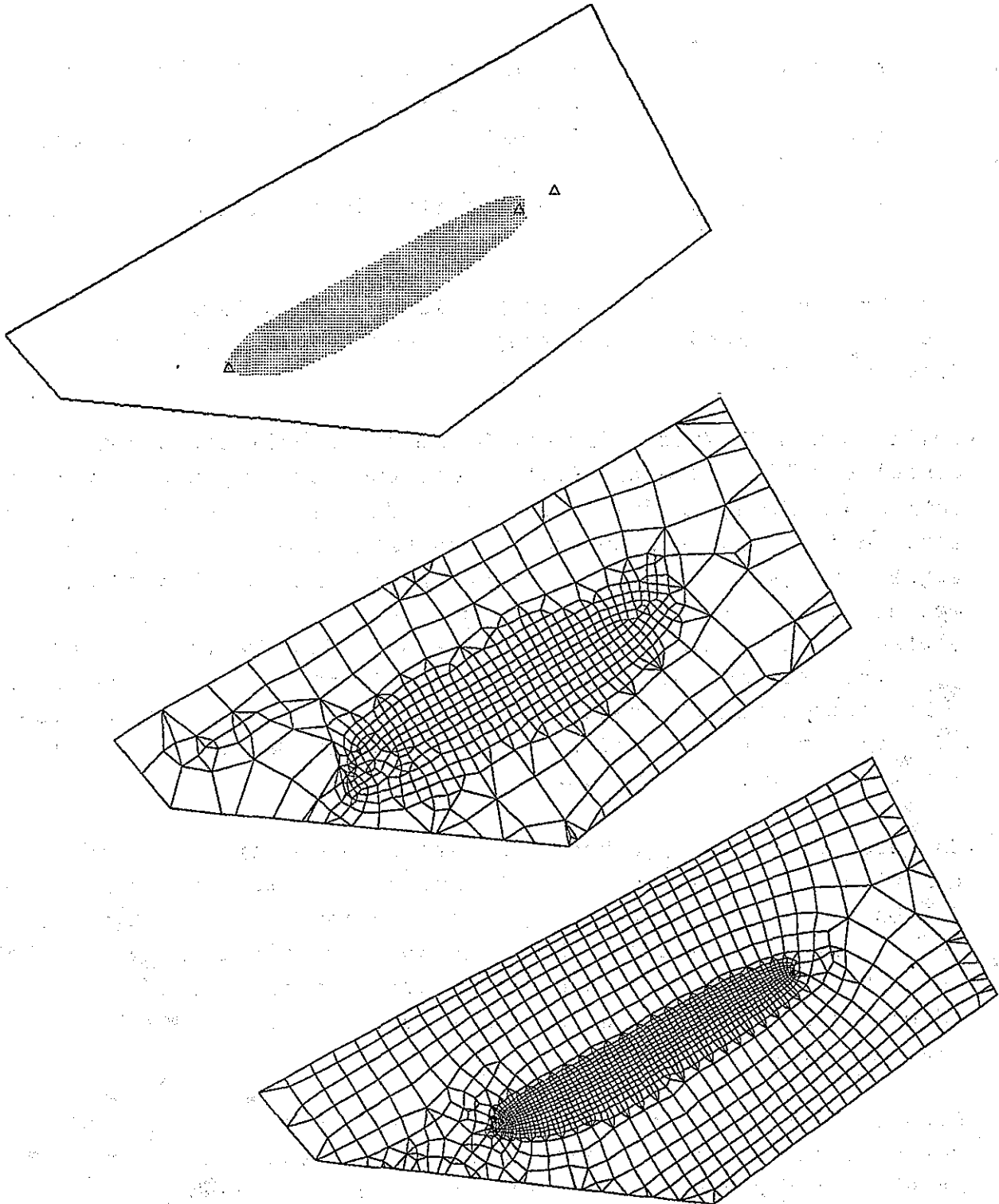


Bild 6.22: Adaptive Netzerstellung bei einem Stofftransportproblem:
Situation, 1. und 2. adaptives Netz (Ausgangsnetz wie Bild 6.17)

6.5 Adaptive Netzerzeugung und Attributszuweisung

Die mit Hilfe der oben genannten adaptiven Verfahren erzeugten FE-Netze bestehen zunächst nur aus einer neuen Geometrie. Die zur Simulation notwendigen Attribusdaten werden durch die adaptiven Netzgeneratoren nicht bearbeitet. Zwar wäre zumindest bei der Netzanpassung mit Hilfe der Fehlerindikatoren noch ein Zusammenhang zwischen alten und neuen Knoten und Elementen herzustellen, bei einer Neuvernetzung geht aber nahezu jeder Bezug zum ursprünglichen Netz verloren.

Dies erfordert Beschreibungskonzepte und Zuweisungsmöglichkeiten für diese Daten, die unabhängig von der erstellten Netzgeometrie sind und so einen Transfer der Daten auf eine nahezu beliebige Diskretisierung zulassen.

Das benötigte Konzept wurde schon vorgestellt. Die Modellbildung mit Hilfe der Strukturdaten als beschreibende Datenart und der Kontur als Randbedingungen für jede Netzgenerierung ermöglicht auch bei den adaptiven Verfahren eine ungebundene Netzerstellung. Die vorgestellten Mechanismen erlauben eine nahezu automatische Zuweisung der erforderlichen Daten auf die gewählte Diskretisierung. Mit Hilfe der entsprechenden Kommandomacros kann die Zuweisung im Anschluß an eine neue Diskretisierung automatisch erfolgen.

Während ein Transport der Daten mit Hilfe des Netzes über die einzelnen Adaptionsschritte häufig zur Verschmierung der Ausgangsdaten und so zum Genauigkeitsverlust führt, kann mit Hilfe der Strukturdaten jedes neue Netz mit den ursprünglichen Daten versorgt werden, die hierdurch die größtmögliche Genauigkeit beibehalten.

7. Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde die Erstellung von FE-Modellen zur Simulation von Grundwasserströmungen als ein Prozeß vorgestellt. Dieser Prozeß führt von einer Sammlung hydrogeologischer Unterlagen zu einem aussagekräftigen Modell, mit dem qualitative und quantitative Aussagen zu einem Grundwasserproblem gemacht werden können. Es wurde gezeigt, wie ein Modell durch einzelne Schritte entwickelt werden kann, wobei jeder Schritt in einer weiteren Abstraktionsstufe von der realen Welt zum numerischen Modell führt. Hierdurch werden die in einem FE-Modell enthaltenen Idealisierungen, Beschränkungen und Möglichkeiten transparent und für den Anwender dieser Modelltechnik handhabbar.

Die verwendeten Methoden beruhen auf Erfahrungen und Forschungsergebnissen, die zu einem großen Teil aus der Ingenieurinformatik stammen. So wurden Elemente der modernen CAD-Technik und der Datenbanktechnik verwendet, aber auch auf die langjährige Erfahrung im Bereich der Algorithmen zurückgegriffen. Darüberhinaus wurden neue Methoden entwickelt, die die spezielle Fragestellung bei Grundwasserproblemen berücksichtigen. Es zeigte sich, daß die Modellbildung bei der Simulation von Grundwasserströmungen auf diese Weise wesentlich vereinfacht und beschleunigt werden konnte. Dieser Gewinn führt aber nicht nur zu einer schnelleren Modellerstellung. Durch die gewonnene Flexibilität besteht nun auch die Möglichkeit, Modellvarianten zu untersuchen und so die Qualität der Modelle wesentlich zu verbessern. Dies gilt insbesondere für die adaptiven Verfahren, die die Erstellung von Sekundärmodellen wesentlich vereinfacht.

Die Anwendung der systematischen Modellerstellung bei konkreten Grundwasserproblemen bestätigte die Effizienz der Methode bei Fragestellungen der Praxis.

Der dieser Arbeit zugrundeliegende Gedanke, die Modellbildung als einen Prozess zu sehen, kann auf den gesamten Bereich der Umweltinformatik ausgedehnt werden. Hier wird die zukünftige Entwicklung neue Wege und Möglichkeiten finden, die bisher als Inselösungen vorhandenen Problemlösungskomponenten zu vereinigen und als Prozessoren eines übergreifenden Umweltinformationssystems zu betrachten.

Die dringendsten Arbeiten sind hierzu im Bereich der Kommunikation und der Modelltechnik zu verrichten. Einheitliche Informationsschnittstellen und Datenmodelle müssen die Verbindungen zwischen den verschiedensten Prozessoren gewährleisten. Der Informationsfluß von Datenerfassungssystemen zu den Datenbanken, von dort zu den Informations- und Simulationssystemen und zurück bildet die Grundlage für jede zukünftige Entwicklung. Wissensbasierte Diagnose- und Steuerungssysteme können die Anwendung dieser Systeme unterstützen.

Der Schutz der Umwelt ist zu einer Herausforderung für die Ingenieurwissenschaft geworden. Die Aufgaben des Ingenieurs bestehen hierbei sowohl in der Erkennung und Beurteilung von Umweltproblemen, als auch in der Sanierung, Prognose und Prophylaxe. Die Bewältigung dieser Probleme wird an vielen Stellen vorangetrieben. Einen Beitrag zur Bewältigung dieser Aufgabe soll diese Arbeit leisten.

Literatur

- [ANG89] Angelov, T.A., Manoch, E.S.: A point-in-domain identification program, Adv. Eng. Software, 1989, Vol. 2, S. 99 - 106
- [BAB81] Babuska, I., Miller, A.: A posteriori error estimates and adaptive techniques for the finite element method, Univ. of Maryland, Inst. f. Physic. Sci. and Tech., Tech. Note BN-968, 1981
- [BAT73] Bathe, K.J., Wilson, E.L., Peterson, F.E.: SAP IV, A Structural Analysis Program for Static and Dynamic Response of Linear Systems, EERC 73-11, Berkely California, 1973
- [BAT90] Bathe K.J.: Finite-Elemente-Methoden, Springer-Verlag, Berlin, 1990
- [BET83] Bettzieche, V. et al., Interaktive Datenerfassung mit DIGSICK, Programmbeschreibung - Benutzerhandbuch, Interne Mitteilungen des Institutes für Konstruktiven Ingenieurbau 83-1, Ruhr-Universität Bochum, 1983
- [BOM78] Bomhard, H.: Konstruieren mit Hilfe Finiter Elementverfahren - Wunsch und Wirklichkeit, in [FEM78]
- [BOM84] Bomhard, H.: Die Finite-Element-Methode und die Baupraxis, in [FEM84]
- [BON91] Bonet, J., Peraire, J.: An alternating digital tree (ADT) algorithm for 3D geometric searching und intersection problems, International journal for numerical methods in engineering, vol 31, S. 1-17, 1991
- [BRE86] Bremer, C.: Algorithmen zum effizienten Einsatz der Finite-Element-Methode, Bericht 86-48, Institut für Statik, TU Braunschweig, Braunschweig 1986
- [BRE88] Bremer., C: Netzgenerierung, Bandbreitenoptimierung und Netzanpassung für Finite-Element-Berechnungen, in [FEM88]

- [BUC73] Buck, E., Scharf, D.W., Schrem, E., Stein, E.: Einige allgemeine Programmsysteme für Finite Elemente, in [FEM73]
- [COD70] Codd, E.F.: A relational model of data for large shared data bases, Commun. ACM 13(1970), 377-387
- [DIE88] Dienes, M.: Preprocessing bestimmt die Wirtschaftlichkeit, CAD-CAM Report, Vol.7 (1988), Nr. 4, S. 118-121
- [DOS87] Doster, A., Werner, H.: Ingenieurgerechte Dateneingabe bei Berechnungsprogrammen, Fachgebiet Elektronisches Rechnen im konstruktiven Ingenieurbau, Bericht 87/5, TU München 1987
- [EIG85] Eigner, M., Maier, H.: Einstieg in CAD, Hanser Verlag, München, 1985
- [ENG87] Engeln-Müllges, G.: Formelsammlung zur Numerischen Mathematik mit C-Programmen, Wissenschaftsverlag, Mannheim, 1987
- [FEM73] Buck, K.E. u.a. (Hrsg.): Finite Elemente in der Statik, Tagung, April 1970, Stuttgart, W. Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1973
- [FEM78] Pahl, P.J. u.a. (Hrsg.): Finite Elemente in der Baupraxis, Tagung, April 1978, Technische Universität Hannover, W. Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1978
- [FEM84] Grundmann, H. u.a. (Hrsg.): Finite Elemente - Anwendungen in der Baupraxis, Tagung, März 1984, Technische Universität München, W. Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1984
- [FEM88] Wunderlich, W. u.a. (Hrsg.): Finite Elemente - Anwendungen in der Baupraxis, Tagung, März 1988, Ruhr-Universität Bochum, W. Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1988

- [FLE78] Flessner, H.: Grafische Ein- und Ausgabe von FE-Netzen im Dialog mit dem interaktiven Konstruktionsplatz, in [FEM78]
- [FRE70] Frederick, C.O., Wong, Y.C., Edge, F.W.: Two-Dimensional Automatic Mesh Generation for Structural Analysis, International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol 2, S. 133-144, 1970
- [GKS] Normenausschuß Informationssysteme (NI) im Deutschen Institut für Normung e.V. (DIN), DIN 66252 Teil 1, Graphisches Kernsystem (GKS), Beuth Verlag, Berlin, April 1986
- [HAR90] Hartmann, D., Lehner, K.: Technische Expertensysteme - Grundlagen, Programmiersprachen, Anwendungen, Springer, Berlin, 1990
- [HOF86] Hoffmann, C.: Einfluß von Bergsenkungen bei der mathematischen Simulation von Grundwasserströmungen, Technisch-wissenschaftliche Mitteilungen des Instituts für konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr-Universität Bochum, Mitteilung Nr. 86-7, Juli 1986
- [HOR81] Horowitz, E., Sahni, S.: Algorithmen : Entwurf und Analyse, Springer Verlag, Berlin, 1981
- [JOE86] Joe, B., Simpson, R.B.: Triangular Meshes for Regions of complicated Shape, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol 23, Seite 751-778, 1986
- [KÖN91] König, C.: Numerische Berechnung des dreidimensionalen Stofftransports im Grundwasser, Technisch-wissenschaftliche Mitteilungen des Instituts für konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr-Universität Bochum, 1991
- [KRO88] Kröplin, B., Bremer, C., Bettzieche, V.: Interactive modelling-system for finite-element-applications in geotechnic, in [SWO88]

- [LEE84] Lee, Y.T., de Pennington, A., Shaw, N.K.: Automatic Finite-Element Mesh Generation from Geometric Models - A Point-Based Approach, ACM Transactions on Graphics, Vol. 3, No. 4 Oktober 1984, Seite 287 - 311
- [MOS81] Moscardini, A.O., Cross, M., Lewis, B.B.: Assessment of Three Automatic Mesh Generators for Planar Regions, Adv. Eng. Software, 1981, Vol. 3, No. 3, p. 108
- [MÜH75] Mühlbacher, J.: Datenstrukturen, Carl Hanser Verlag, München, 1975
- [NEL78] Nelson, J.M.: A triangulation algorithm for arbitrary planar domains, Appl. Math. Modelling, Vol 2, September 1978
- [OBE90] Obermann, P., Wallisch, O.: Retardations- und Abbauverhalten von Pflanzenbehandlungsmitteln (PBM) in einem Porengrundwasserleiter, Abschlußbericht zu einem Untersuchungsvorhaben, Lehrstuhl Geologie III, Ruhr-Universität Bochum, 1990
- [VDI69] N.N.: VDI-Richtlinie 2223: Begriffe und Bezeichnungen im Konstruktionsbereich, VDI-Verlag, Februar 1969
- [PAH87] Pahl, P.J., Häuser, J., Kaldewey, K.: Modellieren im Ingenieurwesen - Bearbeitung, Darstellung und Archivierung technischer Modelle in Rechnernetzen: das TECHNET-Konzept, Angewandte Informatik 10/87, S.403 - 413
- [PAH90] Pahl, G., Konstruieren mit 3D-CAD-Systemen: Grundlagen, Arbeitstechnik, Anwendungen, Springer Verlag, Berlin, 1990
- [PLA90] Plank, L.: Netzadaption und Mehrgitterverfahren für die numerische Behandlung von Faltwerken, Dissertation an der Universität Hannover, 1990
- [RAN85] Rank, E.: A-posteriori-Fehlerabschätzungen und adaptive Netzverfeinerungen für Finite-Element- und Randelement-Methoden. Mitt. Inst. Bauingenieurwesen I, TU München, Heft 16, 1985

- [ROO90] Rooney, J., Steadman, P.: CAD: Grundlagen von computer aided design, Oldenbourg-Verlag, München, 1990
- [ROT72] Roth, K.: Gliederung und Rahmen einer neuen Maschinen-, Geräte-Konstruktionslehre. Feinwerktechnik 72 (1969) 11, S. 521-528
- [RÜB89] Rüber, O.: Rechnergestütztes Konstruieren geologischer Flächenverbände, Dissertation, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 1989
- [SAB88] Sabeur, M.: Adaptive Netzverfeinerung zur Automatisierung von Berechnungen, CAD-CAM Report 11/1988, S. 110 - 120
- [SCHA90] Schaeben, H., Auerbach, S., Umwandlung von Isolinien in Flächenmodelle, geodata 4/1990, S.5 - 13
- [SCHL83] Schlageter, G., Stucky, W.: Datenbanksysteme: Konzepte und Modelle, Teubner, Stuttgart, 1983
- [SCHM89] Schmid, G., Obermann, P., Braess, D., et al.: SICK100 Berechnung von stationären und instationären Grundwasserströmungen, Programmbeschreibung Version 17.0, Arbeitsgruppe Grundwassermodelle, Ruhr-Universität Bochum, 1989
- [SCHN87] Schnupp, P., Hguyen Huu, G.T.: Expertensystem-Praktikum, Springer-Verlag, Berlin, 1987
- [SCHW89] Schwenger, C.: Neue Entwicklungen zur Simulation technischer Prozesse, Teil I und II, CAD-CAM Report, 6/1989 S. 54-58 und 8/1989 S. 48-53
- [SPU84] Spur, G., Krause, F.-L.: CAD-Technik, Lehr- und Arbeitsbuch für die Rechnerunterstützung in Konstruktion und Arbeitsplanung, Hanser Verlag, München 1984
- [STE87] Stetter, F., Böhling K.H. (Hrsg.) et al.: Softwaretechnologie, Reihe Informatik Band 33, Wissenschaftsverlag, Mannheim, 1987

- [SW088] Swoboda, G. (Hrsg.): Numerical methods in geomechanics - Innsbruck 1988, Proceedings of the sixth international Conference, Innsbruck 11-15. April 1988, Balkema, Brookfield, 1988
- [TÖR85] Törnig, W., Gipser, M., Kaspar, B.: Numerische Lösung von partiellen Differentialgleichungen der Technik, Teubner, Stuttgart, 1985
- [WAS87] Wassermann, K.: Multifunktionaler Arbeitsplatz auf dem Vormarsch, Beratende Ingenieure 4-87 S. 18 - 22
- [WAS88] Wassermann, K.: Vorteile und Leistungsgrenzen von FE-Systemen auf Arbeitsplatzrechnern, in [FEM88]
- [WER87] Werner, H.: Werkzeuge für den Ingenieurdialog - Anforderungen und Funktionen, Fachgebiet Elektronisches Rechnen im konstruktiven Ingenieurbau, TU München 1987
- [WIR72] Wirth, N.: Systematisches Programmieren, Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik LAMM, Band 17, Teubner, Stuttgart, 1972
- [WIR86] Wirth, N.: Algorithmen und Datenstrukturen mit Modula-2, Leitfäden und Monographien der Informatik, Teubner, Stuttgart, 1986
- [WUN81] Wunderlich, W., Kind, R.: DAVO/DANA - Benutzerhandbuch, Ein Pre- und Postprozessor zur Datenaufbereitung von FEM-Berechnungen für SAP IV-B, Ruhr-Universität Bochum, Bochum, 1981
- [WUN84] Wunderlich, W.: Die Finite-Element-Methode in der Statik, in [FEM84]
- [ZIE84] Zienkiewicz, O.C.: Methode der Finiten Elemente, Carl Hanser Verlag, München, 2. Auflage 1984
- [ZIE87] Zienkiewicz, O.C., Zhu, J.Z.: A simple error estimator and adaptive procedure for practical engineering analysis, IJNM, 1987, 337-357

Anhang

- A C-Quellcode der Verwaltung eines Dezimalbaumes**
- B Funktionsübersicht SUSI - Sick User Interface**
- C Funktionsübersicht ADAP - ADAPtive Schnittstelle SICK**

Anhang A: C-Quellcode der Verwaltung eines Dezimalbaumes

```
/*
    Datenverwaltungs-Modul-Programmsystem SUSI
*/
```

Aufgabenstellung: Verwaltung eines Dezimalbaumes
=====

0. Modulname/-Id: dt

eingrichtet von: V. Bettzieche

```
*****
```

1. Verfahren

Es wird ein Dezimalbaum verwaltet. Als Schlüssel (Index) dient eine Integer-Nummer ($N \geq 0$).

Die Knoten des Baumes entsprechen folgender Struktur:

```
struct NUMBER          Definition des Strukturtyps
{
    struct NUMBER *son[10];  Pointer auf Nachfolgeknoten
    struct NUMBER *father;  Pointer auf Vaterknoten
    struct DATA  *data[10]; Pointer auf Datenblätter
};
```

Aufzurufen sind folgende Funktionen :

dt_create	zum Einrichten eines Baumes
dt_insert	zum Einfuegen eines neuen Datensatzes
dt_delete	zum Löschen eines Datensatzes
dt_request	zur Abfrage eines Datensatzes

2. Fehler

Rückgabewert als Fehlerparameter:

-1	: Fehler beim Allokieren
0	: kein Fehler
1	: Datensatz bereits belegt
2	: Datensatz nicht vorhanden
3	: Unzulässiger Index

```
*****
```

Programmablauf

```
*/
#include <stdio.h>
```

```
#define TRUE 1
#define FALSE 0

/* Globale Variable free zum Einfügen neuer (nummernloser) Elemente */
static long frei = 1;

struct DATA /* Definition des zu verwaltenden Datentyps */
{
    ....
};

struct NUMBER /* Definition des Knotens */
{
    struct NUMBER *son[10];
    struct NUMBER *father;
    struct DATA *data[10];
};

/*****
/* dt_create: Zum Einrichten eines Baumes oder Knotens */
dt_create(wurzel)

/* Eingabe: */
struct NUMBER **wurzel; /* Pointer auf Baumknoten */
{
    /* Wenn Wurzel kein Null-Pointer: Abbruch, weil belegt */
    if (*wurzel != (struct NUMBER *)NULL)
        return(1);

    /* allokieren des Knotens */
    *wurzel = (struct NUMBER *)malloc(sizeof (struct NUMBER));
    if (*wurzel == (struct NUMBER *)NULL)
    {
        perror("Fehler bei malloc");
        return (-1);
    }
    /* Belegen aller Zeiger mit Nullpointern */
    (*wurzel)->father = *wurzel;
    (*wurzel)->son[0] = (struct NUMBER *)NULL;
    (*wurzel)->son[1] = (struct NUMBER *)NULL;
    (*wurzel)->son[2] = (struct NUMBER *)NULL;
    (*wurzel)->son[3] = (struct NUMBER *)NULL;
    (*wurzel)->son[4] = (struct NUMBER *)NULL;
    (*wurzel)->son[5] = (struct NUMBER *)NULL;
    (*wurzel)->son[6] = (struct NUMBER *)NULL;
    (*wurzel)->son[7] = (struct NUMBER *)NULL;
    (*wurzel)->son[8] = (struct NUMBER *)NULL;
    (*wurzel)->son[9] = (struct NUMBER *)NULL;
    (*wurzel)->data[0] = (struct DATA *)NULL;
    (*wurzel)->data[1] = (struct DATA *)NULL;
    (*wurzel)->data[2] = (struct DATA *)NULL;
    (*wurzel)->data[3] = (struct DATA *)NULL;
    (*wurzel)->data[4] = (struct DATA *)NULL;
    (*wurzel)->data[5] = (struct DATA *)NULL;
    (*wurzel)->data[6] = (struct DATA *)NULL;
}
```

```
(*wurzel)->data[7] = (struct DATA *)NULL;
(*wurzel)->data[8] = (struct DATA *)NULL;
(*wurzel)->data[9] = (struct DATA *)NULL;

return(0);
}

/*****
/* dt_insert: zum Einfuegen eines neuen Datensatzes */
dt_insert (wurzel,index,data)

/* Eingabe: */
struct NUMBER **wurzel;      /* Wurzel des Baumes */
struct DATA  *data;         /* Datenpointer */

/* Ein-/Ausgabe: */
long          *index;        /* Wenn index <0 wird ein freier Index */
                                   /* gesucht und zurueckgegeben          */
{
    struct NUMBER *knoten;
    long   in, i, iz;
    short  ziffer[12], anzzif; /* ziffer ist dabei von 12-anzzif aus belegt: */

    in = *index;
    /* Wenn Index gegeben: */
    if (in > 0)
    {
        /* Abspalten der Ziffern */
        dt_abziff(in,&anzzif,ziffer);
        /* Aktueller Knoten = Wurzelknoten */
        knoten = *wurzel;
        /* Schleife ueber alle Ziffern bis auf die letzte */
        for (i = 12 - anzzif; i < 11; i++)
        {
            iz = ziffer[i];
            /* Wenn Sohnknoten zur Ziffer noch nicht vorhanden */
            if (knoten->son[iz] == (struct NUMBER *)NULL)
            {
                /* Sohnknoten erzeugen */
                dt_create(&knoten->son[iz]);
                knoten->son[iz]->father = knoten;
            }
            /* Aktueller Knoten = Sohnknoten */
            knoten = knoten->son[iz];
        }
        /* Letzte Ziffer abarbeiten */
        /* Index des Knotens entspricht Knotennummer */
        /* Wenn Datenfeld bereits belegt ist */
        if (knoten->data[ziffer[11]] != (struct DATA *)NULL)
        {
            /* Abbruch: Fehler 1 */
            return(1);
        }
    }
    else
    {
        /* sonst Belegen des Datensatzes */

```

```
        knoten->data[ziffer[11]] = *data;
    }
}
else
{
    /* sonst Ruecksetzen von frei, wenn 10^10 überschritten */
    if (frei >= 10000000000) frei = 1;
    /* Versuche Datensatz mit Nummer Index einzufügen */
    /* solange bis freier Index gefunden, also */
    /* Rückgabewert von dt_insert == 0 */
    while (dt_insert(wurzel,&frei,data) != 0) frei++;

    /* Index als Rückgabewert belegen */
    *index = frei;
}

return(0);
}

/*****
/* dt_delete: Zum Löschen eines Datensatzes */
dt_delete(wurzel,index,data)

/* Eingabe:*/
struct NUMBER    **wurzel; /* Wurzel des Baumes */
long             *index;   /* Index im Baum */

/* Ausgabe: */
struct DATA     *data;    /* Datenpointer zum Löschen des Datensatzfeldes */
/* im aufrufenden Programm */

{
    struct NUMBER *knoten,*delete;
    long in, i, iz;
    short ziffer[12], anzzif; /* ziffer ist dabei von 12-anzzif aus belegt */

    in = *index;
    /* Wenn Index vorhanden: */
    if (in > 0)
    {
        /* Abspalten der Ziffern */
        dt_abziff(in,&anzzif,ziffer);
        /* Aktueller Knoten = Wurzelknoten */
        knoten = *wurzel;
        /* Schleife ueber alle Ziffern bis auf die letzte */
        for (i = 12 - anzzif; i < 11; i++)
        {
            iz = ziffer[i];
            /* Wenn Sohnknoten zur Ziffer nicht vorhanden */
            if (knoten->son[iz] == (struct NUMBER *)NULL )
            {
                /* Abbruch: Fehler 2 */
                return(2);
            }
            /* Aktueller Knoten = Sohnknoten */
            knoten = knoten->son[iz];
        }
    }
}
```

```
/* Letzte Ziffer abarbeiten */
/* Index des Knotens entspricht Knotennummer */
/* Wenn Datenfeld nicht belegt ist */
if (knoten->data[ziffer[11]] == (struct DATA *)NULL)
{
    /* Abbruch: Fehler 2 */
    return(2);
}
else
{
    /* sonst Datensatzzeiger zum Löschen belegen und im Knoten löschen */
    *data = knoten->data[ziffer[11]];
    knoten->data[ziffer[11]] = (struct DATA *)NULL;
    i = 11;
    /* Solange (while) alle Sohnknoten des */
    /* aktuellen Knotens nicht belegt sind ... */
    while (
        knoten->son[0] == (struct NUMBER *)NULL &&
        knoten->son[1] == (struct NUMBER *)NULL &&
        knoten->son[2] == (struct NUMBER *)NULL &&
        knoten->son[3] == (struct NUMBER *)NULL &&
        knoten->son[4] == (struct NUMBER *)NULL &&
        knoten->son[5] == (struct NUMBER *)NULL &&
        knoten->son[6] == (struct NUMBER *)NULL &&
        knoten->son[7] == (struct NUMBER *)NULL &&
        knoten->son[8] == (struct NUMBER *)NULL &&
        knoten->son[9] == (struct NUMBER *)NULL &&
        knoten->data[0] == (struct DATA *)NULL &&
        knoten->data[1] == (struct DATA *)NULL &&
        knoten->data[2] == (struct DATA *)NULL &&
        knoten->data[3] == (struct DATA *)NULL &&
        knoten->data[4] == (struct DATA *)NULL &&
        knoten->data[5] == (struct DATA *)NULL &&
        knoten->data[6] == (struct DATA *)NULL &&
        knoten->data[7] == (struct DATA *)NULL &&
        knoten->data[8] == (struct DATA *)NULL &&
        knoten->data[9] == (struct DATA *)NULL &&
        knoten != *wurzel)
    {
        /* ... aktueller Knoten = Vorheriger Knoten und ... */
        delete = knoten;
        knoten = knoten->father;
        i--;
        knoten->son[ziffer[i]] = (struct NUMBER *)NULL;
        /* ... leeren Knoten löschen */
        free (delete);
    } /* Ende while */
}
else
{
    /* sonst unzulässiger Index */
    return(3);
}
return(0);
}
```

```
/* ***** */
/* dt_request: zur Abfrage eines Datensatzes */
dt_request(wurzel,index,data)

/* Eingabe: */
struct NUMBER    **wurzel; /* Wurzel des Baumes */
long             *index;   /* Index im Baum */

/* Ausgabe: */
struct DATA     *data;    /* Pointer auf Datensatz */
{
    struct NUMBER *knoten;
    long    in, i, iz;
    short   ziffer[12], anzzif;

    /* Aktueller Knoten = Wurzelknoten */
    knoten = *wurzel;
    in = *index;
    /* Wenn Index vorhanden: */
    if (in >0)
    {
        /* Abspalten der Ziffern */
        dt_abziff(in,&anzzif,ziffer);
        /* Schleife ueber alle Ziffern bis auf die letzte */
        for (i = 12 - anzzif; i < 11; i++)
        {
            iz = ziffer[i];
            /* Wenn Sohnknoten zur Ziffer noch nicht vorhanden */
            if (knoten->son[iz] == (struct NUMBER *)NULL)
            {
                /* Abbruch: Fehler 2 */
                return(2);
            }
            /* Aktueller Knoten = Sohnknoten */
            knoten = knoten->son[iz];
        }
        /* Letzte Ziffer abarbeiten */
        /* Index des Knotens entspricht Knotennummer */
        /* Wenn Datenfeld nicht belegt ist */
        if ( knoten->data[ziffer[11]] == (struct DATA *)NULL )
        {
            /* Abbruch: Fehler 2 */
            return(2);
        }
        else
        {
            /* sonst Belegen des Datensatzpointers zur Rückgabe */
            *data = knoten->data[ziffer[11]];
        }
    }
}
else
```

```
{
    /* sonst unzulässiger Index */
    return(3);
}
return(0);
}

/*****
/* dt_abziff: zerlegt den Index in in seine Ziffern */
dt_abziff(in,anzzif,ziffer)

/* Eingabe: */
long in;          /* Zu zerlegende Zahl */

/* Ausgabe: */
short *anzzif;    /* aktuelle Anzahl Ziffern */
short ziffer[12]; /* Ziffern (bei Integerzahlen max. 12) */
{
    long i;
    *anzzif = 0;
    while (in > 0)
    {
        i = in%10;
        ziffer[11-(*anzzif)] = (short) i;
        in = in / 10;
        (*anzzif)++;
    }
    return(0);
}
```

Anhang B und C: Funktionsübersichten

Die folgenden Übersichten stellen weder vollständige Beschreibungen der Programme SUSI und ADAP dar, noch sollen sie als Benutzeranleitung dienen. Stattdessen geben sie einen Einblick in die Funktionalität der Programme und die hieraus entstehenden Möglichkeiten der Modellerstellung.

Anhang B: Funktionsübersicht SICK-USer-Interface - SUSI

SUSI ist ein grafisch interaktiver Preprozessor, der unter der Verwendung eines Grafik- und eines alphanumerischen Bildschirms die Manipulation der Daten und die Erstellung des FE-Netzes unterstützt. Die Beschreibung der Benutzeroberfläche soll hier entfallen, sie umfaßt im Wesentlichen verschiedene Möglichkeiten der Programmsteuerung durch Menüs, Befehle, Macros und der Maussteuerung.

Die zur Modellerstellung notwendigen Daten werden je nach Bearbeitungsschritt in den Strukturdaten und im FE-Netz verwaltet. Die Tabelle gibt einen Überblick über die z.Zt. vorgesehenen Datenarten. Sie kann mit Hilfe einer Initialisierungsdatei modifiziert oder erweitert werden:

Aufbau der Datentabelle:

1. Spalte: Datenkennung entsprechend SICK100-Konventionen
2. Spalte: Zuordnung im FE-Netz:
 - k : Knotenattribute
 - e : Elementattribute
 - _ : keine Zuordnung
3. Spalte: mögliche Geometrietypen der Strukturdaten:
 - p : Punktdaten
 - l : Polygondaten
 - f : Flächendaten
 - i : Interpolationsdaten
4. Spalte: Informationstext

Datentabelle

<u>Kennung</u>	<u>k/e</u>	<u>Stru.typ</u>	<u>Informationen</u>
DATA	_	plfi	allgemeine Daten
KF-W	e	p fi	Durchlässigkeiten
FLAE	e	fi	Flächenversickerungen (GW-Neubildung)
MAEC	e	fi	Mächtigkeiten des Grundwasserleiters
ZONE	e	f	Zonenkennzahlen
TRAN	e	fi	Transmissivitäten
UNTE	e	fi	Unterkante des Grundwasserleiters
OBER	e	fi	Oberkante des Grundwasserleiters
SPEI	e	fi	Speicherkoeffizienten
POTE	k	plfi	Potentiale als Randbedingung
GLEI	k	lf	Gleiche Potentiale
KONT	k		Kontrolllinien
KNOT	k	plf	Knotenein-/-ausflüsse
EICH	k	plfi	Sollpotentiale der Eichung
FLUR	k	plfi	Flurabstand
GELA	k	plfi	Geländeoberfläche
UNDU	k	plfi	Mächtigkeit der undurchlässigen Deckschicht
BERG	k	plfi	Bergsenkungen
KONZ	k	plfi	Schadstoffkonzentrationen
SICK	k	pl	Sickerlinienknoten
DISP	e	f	Dispersivität
PORO	k	p f	Porosität
MARK	k	pl	Markierungen

Befehlsübersicht:

Die folgende Aufstellung enthält die dem Benutzer zur Verfügung stehenden Befehle. Sie beschreibt jeden Befehl durch

Befehlskürzel, Beschreibung der Befehlsfunktion,
Befehlssynonyme,

Pa: optionale Befehlsparameter,

Fu: evtl. erweiterte Beschreibung des Funktionsumfangs.

closework Ende des Preprozessors SUSI

Pa: -

Fu: -

grrepa Neuzeichnen des Grafikbildschirms

repaint

Pa: -

Fu: -

grwizo Grafikausschnitt verändern

zoom

Pa: -

Fu: Zoom in, Zoom out, Reset

grwipl Aktuellen Grafikausschnitt plotten
Pa: -
Fu: Ausgabe des aktuellen Grafikausschnittes auf einem GKS-Metafile

grfome Ein-/Ausblenden von Folien
folien
Pa: Foliename
Fu: Hilfsmenü zur Auswahl der ein-/auszublendenen Folien

prakti Projekt aktivieren
Pa: Projektname
Fu: Einlesen der vorhandenen Daten zu einem Grundwasserprojekt.

prdars FE-Netz darstellen
Pa: -
Fu: -

prende Projekt-Bearbeitung Ende
Pa: -
Fu: Abspeichern der Daten des bearbeiteten Grundwasserprojektes und
Löschen der internen Datenverwaltung

prsave Projekt sichern
Pa: -
Fu: Abspeichern (Sichern) der Daten des bearbeiteten Grundwasser-
projektes

prquit Projekt-Bearbeitung abbrechen
quitt
Pa: -
Fu: Löschen der internen Datenverwaltung ohne Abspeichern (Sichern)
des bearbeiteten Grundwasserprojektes

prverz Projekt-Verzeichnis ausgeben
Pa: -
Fu: -

sterze Strukturdatensatz erzeugen
Pa: -
Fu: grafische Eingabe der Geometrie eines Strukturdatensatzes und
Belegung der zug. Attribute

stdars Strukturdaten darstellen
Pa: Strukturdatensatzname oder 'alle'
Fu: -

stmodi Strukturdatensatz modifizieren
Pa: Strukturdatensatzname
Fu: -

stverz Strukturdaten-Verzeichnis ausgeben
Pa: -
Fu: -

stzuwe Strukturdatensatz auf FE-Netz zuweisen
Pa: Strukturdatensatzname oder 'alle'
Fu: -

kostru Kontur aus Strukturdaten erzeugen
Pa: Strukturdatensatzname oder alle
Fu: Die Geomerieinformation des Strukturdatensatzes wird in die
Kontur übertragen

kogeer Kontur-Geometrie erzeugen
Pa: -
Fu: Grafische Eingabe von Konturpunkten oder -polygonen

kogelo Kontur Geometrie löschen
Pa: -
Fu: -

koopti Kontur optimieren
Pa: -
Fu: Reduzieren der Kontur auf ein Minimum an geometrischer
Information:
- Überlappende Strecken auf einer Geraden vereinigen
- Sich kreuzende Strecken trennen
- Doppelte Punkte löschen
- Linien mit Länge 0 löschen
- Kontrolle, ob die Kontur einen geschlossenen Aussenrand bildet

kopabr Kontur Brunnenparameter vorbelegen
Pa: -
Fu: -

kopamo Kontur Parameter eingeben oder modifizieren
Pa: -
Fu: Eingabe der Teilungsparameter für Konturlinien und Verfeinerungs-
parameter für Konturpunkte

nedako Netzdaten kontrollieren
Pa: -
Fu: Kontrolle des FE-Netzes auf geometrische Fehler oder unzulässige
Attribute

neatda Netz-Attribute darstellen
Pa: Attributsbezeichnung
Fu: Symbole, Isolinien oder flächige Darstellung

neattr Netzattribute modifizieren
Pa: -
Fu: Verschiedene Möglichkeiten zur Bearbeitung der Netzattribute:
Umrechnen von Element- in Knotenattribute und umgekehrt,
Verrechnen, Skalieren, Begrenzen, Kopieren und Löschen von
Netzattributen

knerze Netzknoten erzeugen
Pa: -
Fu: Grafische Eingabe von Netzknoten

knmodi Netzknoten modifizieren
Pa: Knotennummer
Fu: Verschieben eines Netzknotens

knloes Netzknoten löschen
Pa: Knotennummer
Fu: Löschen von Netzknoten, Auswahl durch: alle, alle in einem
Bereich oder Picken der Knoten

knattr Netzknoten Attribute modifizieren
Pa: Knotennummer
Fu: Einfügen, Ändern, Löschen einzelner Knotenattribute

elerze Netzelement erzeugen
Pa: -
Fu: Netzelement durch grafische Auswahl der Knoten erzeugen

elloes Netzelement löschen
Pa: Elementnummer
Fu: Löschen von Netzelementen, Auswahl durch : alle, alle in einem
Bereich oder Picken der Elemente

elattr Netzelement Attribute modifizieren
Pa: Elementnummer
Fu: Einfügen, Ändern, Löschen einzelner Elementattribute

diswit Dialogkanalumschaltung
alpha
grafik
Pa: Grafik oder Alphaterminal
Fu: Umschalten der Steuerung auf Eingabe vom alphanumerischen oder
Grafikterminal

dimebe Umschaltung der Programmsteuerung
menue
Pa: Menü oder Befehl
Fu: Umschalten der Programmsteuerung zwischen Befehls- oder Menü-
eingabe

dihelp Hilfstexte ausgeben
hilfe
Pa: Befehl
Fu: Ausgabe von Hilfstexten zum Befehlsumfang

dihiau Abarbeitung eines Befehlsmacros
Pa: Name des Befehlsmacros
Fu: -

sounix Unix-Kommando ausführen
unix
Pa: Unix-Kommando
Fu: -

sogrfs Grafik schlafen legen
sleep
Pa: -
Fu: Abschalten der Grafikworkstation

sogrfw Grafik aufwecken
wakeup
Pa: -
Fu: Reaktivieren der Grafikworkstation

sonve2 Netzverfeinerer 2 (manuell)
Pa: -
Fu: Manuelle Nachbearbeitung eines Bereiches eines fertigen FE-Netzes durch Löschen und Erzeugen von Knoten und anschließender Neugenerierung des Ausschnittes

sonve3 Netzverfeinerer 3 (automatisch)
Pa: -
Fu: Automatische Verfeinerung eines fertigen FE-Netzes nach konsequenter oder beschränkter Strategie. Auswahl des Verfeinerungsbereiches: alle Elemente, alle in einem Bereich oder anhand eines Elementattributes (Fehlerindikator)

soneen Netz entspannen
Pa: -
Fu: Glättung der Netzgeometrie

sokgn1 Knotengenerator 1 (Randteilungen)
Pa: maximale Anzahl der Durchläufe
Fu: Generierung von Netzknoten anhand der Konturpolygone

sokgn2 Knotengenerator 2 (Raster)
Pa: Dreieck oder Quadratraster
Fu: Generierung von Netzknoten auf der Grundlage eines Rasters

soegn1 Elementgenerator 1 (Nelson)
dreiecke
Pa: -
Fu: Triangulierung des Netzes

soegn2 Elementgenerator 2 (Vierecke)
viereck
Pa: -
Fu: Generierung von Vierecken in einem Dreiecksnetz

soerle SICK Ergebnisse lesen
Pa: Name der Ergebnisdatenart
Fu: Lesen von Berechnungsergebnissen und Abspeichern als Knoten- oder Elementattribute

sobapu Punkte auf Bahnlinien generieren
Pa: -
Fu: Generierung von Knoten auf Bahnlinien anhand des Potentialabstandes mit/ohne Berücksichtigung von Konzentrationen

sobada Bahnlinien darstellen

bahnlinien

Pa: -

Fu: -

soisch Isochronen berechnen und darstellen

Pa: -

SF: -

Anhang C: Übersicht Schnittstelle zur ADAPTiven Netzerstellung -
ADAP

Das Programm ADAP ist ein Postprozessor mit Funktionen zur adaptiven Netzerstellung. Nach einer Berechnung mit den Mainprozessoren des Programmsystems SICK100 stehen folgende Möglichkeiten der Ergebnisinterpretation zur Verfügung:

- Berechnung von Bahnlinien mit
 - Vorgabe einer Menge Q je Stromlinie. Hieraus ergibt sich die Anzahl der zu berechnenden Bahnlinien,
 - Angabe der Porosität für die Fließzeitberechnung entlang der Bahnlinie,
 - Angabe eines Glättungsparameters zur Glättung des Versatzes am Elementrand und
 - Wahl, ob alle Bahnlinien oder nur Bahnlinien von bestimmten Knoten ausgehend gezeichnet werden sollen.
- Aufbereitung von Berechnungsergebnissen zur grafischen Darstellung und Bearbeitung mit SUSI. Zur Zeit vorgesehene Ergebnisdaten:
 - iterierte Mächtigkeiten,
 - Potentiale,
 - Strömungsgeschwindigkeiten,
 - Konzentrationen,
 - elementweise Werte der Pecletzahl und
 - elementweise Werte der Sättigungszahl.
- Berechnung von elementweisen Fehlerindikatoren:
 - Geschwindigkeitsindikator oder
 - Mengenindikator.

Bisher in dieser Schriftenreihe erschienene Hefte:

- Nr. 71-1 H.L. Peters
Numerische Lösung der Gleichungen des Spannungs- und Verformungs-
zustandes allgemeiner Flächentragwerke im Rahmen einer linearen
Theorie - Scheibe - Platte - Schale -
- Nr. 71-2 H.-J. Niemann
Zur stationären Windbelastung rotationssymmetrischer Bauwerke
im Bereich transkritischer Reynoldszahlen
- Nr. 71-3 W.B. Krätzig
Thermodynamics of Deformations and Shell Theory
- Nr. 72-1 H. Rothert, H. Stallbohm
TENSOR - Ein Algorithmus für Geometrie und Belastung von Flächen-
tragwerken
- Nr. 72-2 H. Schultz
Beitrag zur Berechnung von Temperaturverteilung und Temperatur-
spannungen bei Reaktordruckbehältern
- Nr. 72-3 J. Mason
Eine Einführung in die Energie- und Variationsmethoden der
Elastostatik
- Nr. 72-4 W.B. Krätzig, K.-P. Waltersdorf
On Thermodynamics of Deformation and Variational Methods in
Reversible Thermoelasticity
- Nr. 72-5 H.L. Peters
Beitrag zur Dynamik allgemeiner Flächentragwerke
- Nr. 73-1 Allgemeine Schalentheorien - Seminar an der Ruhr-Universität
Bochum
- Nr. 73-2 H. Rothert
Direkte Theorie von Linien- und Flächentragwerken bei visko-
elastischem Werkstoffverhalten
- Nr. 73-3 K.-J. Bathe, E. Wilson, F.E. Peterson; Einführung W. Wunderlich
SAP IV - Beschreibung und Benutzerhandbuch
Ein Programmsystem zur linearen statischen und dynamischen
Berechnung von Tragwerken
- Nr. 73-4 P. Gorny
Eine Dateneingabesprache und Datenorganisation zur Verknüpfung
autarker Programme zu Programmsystemen
Mit einer Anwendung aus dem Brückenbau
- Nr. 74-1 Finite-Element-Methoden - Seminar an der Ruhr-Universität Bochum
- Nr. 74-2 H.-D. Köpper
Theorie und numerische Lösung des Stabilitätsproblems allgemei-
ner Rotationsschalen

- Nr. 74-3 R. Harnach
Systematische Darstellung der Energie- und Variationsprinzipie
und Anwendung auf die Schalentheorie
- Nr. 74-4 W. Zwanzig
Rechnerunterstütztes Konstruieren von Stahlgeschoßbauten - Ein
Beitrag zur Rationalisierung der Entwurfsarbeit
- Nr. 74-5 G. Winkel
Zur Berechnung des dynamischen Verhaltens von Tragwerkssystemen
bei deterministischen und stochastischen Belastungseinflüssen
- Nr. 74-6 H. Fritz, U. Wittek
Zur Stabilität der Flächentragwerke
- Nr. 74-7 Y. Basar
Die numerische Behandlung der linearen und der nichtlinearen
Biegetheorie von Rotationsschalen
- Nr. 74-8 G. Wagenknecht
Beitrag zur Berechnung von Systemen aus geraden dünnwandigen
Stäben mit offenem veränderlichen Querschnitt nach Spannungs-
theorie 2. Ordnung
- Nr. 74-9 O. Bruhns
Einige Bemerkungen zur Bestimmung von Verzweigungslasten elasto-
plastisch deformierter Kontinua
- Nr. 74-10 H. Bode
Beitrag zur Berechnung und Konstruktion von Sandwichplatten
- Nr. 75-1 B. Hartmann
Ein koordinateninvariantes Finite-Element-Verfahren
- Nr. 75-2 J. Haensel
Praktische Berechnungsverfahren für Stahlträgerverbundkonstruk-
tionen unter Berücksichtigung neuerer Erkenntnisse zum Beton-
zeitverhalten
- Nr. 75-3 O.E. Krause
Verfahren zur numerischen Behandlung allgemeiner Rechteckplatten-
systeme
- Nr. 75-4 K. Roik, R. Bergmann, H. Bode, G. Wagenknecht
Tragfähigkeit von ausbetonierten Hohlprofilstützen aus Baustahl
- Nr. 75-5 R. Harnach, W.B. Krätzig, I. Mungan, W. Zerna
"Recommendations for the Design of Hyperbolic or other similarly
Shaped Cooling Towers"
- Nr. 75-6 G. Hartmann
Beitrag zur numerischen Berechnung allgemeiner dickwandiger
Behälter
- Nr. 75-7 E. Hofbauer
Theorie und Berechnung von Flächentragwerken mit Hilfe gemischter
Elementmethoden mit einem Hinweis auf den Einfluß der Querschub-
verzerrung

- Nr. 75-8 B. Schnütgen
Das Festigkeitsverhalten von mit Stahlfasern bewehrtem Beton unter Zugbeanspruchung
- Nr. 75-9 J.L. Oyenekan
Theorie und numerische Behandlung des Schwingungsproblems allgemeiner Rotationsschalen
- Nr. 75-10 G. Pegels
Programmsystem Konstruktion, Arbeitsvorbereitung und Fertigung im Stahlbau
- Nr. 75-11 K. Roik, H. Bode, J. Haensel
Erläuterungen zu den "Richtlinien für die Bemessung und Ausführung von Stahlverbundträgern"
Anwendungsbeispiele
- Nr. 75-12 J. Haensel
Effects of Creep and Shrinkage in Composite Construction
- Nr. 75-13 V. Papenhausen
Eine energiegerechte, inkrementelle Formulierung der geometrisch nichtlinearen Theorie elastischer Kontinua und ihre numerische Behandlung mit Hilfe finiter Elemente
- Nr. 75-14 K.-J. Bathe, W. Wilson, F.E. Peterson, W. Wunderlich
SAP IV - Beschreibung und Benutzerhandbuch
Ein Programmsystem zur linearen statischen und dynamischen Berechnung von Tragwerken, 2. verbesserte und erweiterte Auflage, Oktober 1975
- Nr. 76-1 G. Schmid
Ein Beitrag zur Berechnung von Strömungen mit der Methode der Finiten Elemente
- Nr. 76-2 H.-G. Hofmann
Eine praxisorientierte Untersuchung des Krafteinleitungsproblems an Mittelauflagern von offenen Stahlbrücken
- Nr. 76-3 R. Harnach, W.B. Krätzig
Allgemeine Theorie geometrisch nichtlinearer, insbesondere leichter Flächentragwerke
- Nr. 76-4 K. Roik, R. Bergmann, H. Bode, G. Wagenknecht
Tragfähigkeit von einbetonierten Stahlstützen
- Nr. 76-5 A. Almannai
Ein zweidimensionales Mehrstellenverfahren zur Lösung der Schalenprobleme und seine Anwendung auf die allgemeinen Schalengleichungen der Biegetheorie
- Nr. 76-6 K.A. Addai
Zur Stabilitätsberechnung allgemeiner ringversteifter Rotationsschalen
- Nr. 76-7 G. Albrecht
Beitrag zur mittragenden Breite von Plattenbalken im elasto-plastischen Bereich

- Nr. 76-8 Finite Berechnungsmethoden im Konstruktiven Ingenieurbau, Tagung im Haus der Technik e.V., Essen, 6.10.1976
- Nr. 76-9 U. Ick
Theorie der dreiachsigen Festigkeit des Betons
- Nr. 76-10 H.-J. Benz
Linearisierte Stabilitäts- und Schwingungsberechnung bei versteiften Rotationsschalen
- Nr. 76-11 H. Boegershausen
Berechnung allgemeiner Flächentragwerke mit Hilfe nichtlinearer Koordinatenfunktionen
- Nr. 76-12 W. Lipp
Ein Verfahren zur optimalen Dimensionierung allgemeiner Fachwerkstrukturen und ebener Rahmentragwerke
- Nr. 76-13 G. Beverungen
Geometrisch nichtlineare Berechnung des Spannungs- und Stabilitätsproblems räumlich gekrümmter Stäbe
- Nr. 77-1 R. Serrano Lizaola
Zur Theorie und numerischen Behandlung der erzwungenen Schwingungen allgemeiner Schalen aus elastisch-viskoplastischem Werkstoff unter Berücksichtigung endlicher Verformungen
- Nr. 77-2 P. Arnold
Modell und Anwendung eines stochastischen Prozesses zur Untersuchung erdbebenerregter Tragwerke
- Nr. 77-3 H. Pröpper
Zur aerodynamischen Belastung großer Kühltürme
- Nr. 77-4 R. Harnach
ANKE - Ein Programmsystem für den automatischen Naturzugkühlturm - Entwurf
- Nr. 77-5 W.B. Krätzig, H. Metz, G. Schmid, B. Weber
MISS-SMIS - Ein Matrizeninterpretationssystem der Strukturmechanik für Praxis, Forschung und Lehre
- Nr. 78-1 K. Kaiser
Automatische dialogunterstützte Anpassung diskreter Punktfolgen mit stetigen Funktionen
- Nr. 78-2 H. Stallbohm
Lösung allgemeiner Schalenprobleme mit der Dynamischen Relaxation unter Ausnutzung ihrer Symmetrieeigenschaften
- Nr. 78-3 R.-A. Müller
Ein systematisches Ansatzverfahren zur Diskretisierung von Variationsaussagen, dargestellt am Beispiel dünnwandiger Flächentragwerke
- Nr. 78-4 K.D. Nitschke
Ein Näherungsverfahren zur Traglastberechnung vorherrschend druckbeanspruchter, ausgesteifter Stahlbleche

- Nr. 78-5 W.B. Krätzig, K. Meskouris
Vereinfachte Erdbebenberechnung von Naturzugkühltürmen
- Nr. 78-6 O. Lehmkämper
Versteifte Kühlturmschalen aus Stahlbeton
- Nr. 78-7 Pao-Hsii Wang
Statische und dynamische Untersuchung geometrisch nichtlinearer
Tragwerke nach der Finite-Element-Methode mit Anwendung auf
Seilkonstruktionen
- Nr. 78-8 W. Stiller
Zum Tragverhalten von bewehrtem Stahlfaserbeton
- Nr. 78-9 B. Maidl, J. Berg
Kolkschutzmaßnahmen für Bauwerke im Offshore-Bereich
- Nr. 78-10 B. Maidl, F. Günther
Verbindungs konstruktion bei Mischbauweisen
- Nr. 78-11 K.-H. Schrader
MeSy - Einführung in das Konzept und Benutzeranleitung für das
Programm MESY-MINI
- Nr. 79-1 K. Brink
Theorie und Berechnung in einer Ebene gekrümmter Stäbe unter
großen Verformungen
- Nr. 79-2 K. Gründel
Berechnung elasto-plastischer Probleme der Bodenmechanik mit
einer Finite-Element-Methode
- Nr. 79-3 K.-J. Bathe, E. Wilson, F.E. Peterson, W. Wunderlich
SAP IV-B-Beschreibung und Benutzerhandbuch
Ein Programmsystem zur linearen statischen und dynamischen Be-
rechnung von Tragwerken, 3. verbesserte und erweiterte Auflage,
März 1979
- Nr. 79-4 G. Pegels, K. Isselmann, U. Kammertöns, B. Schwan
Programmsystem "Rechnergestütztes Fertigen im Stahlbau"
- Nr. 79-5 U. Eckstein, W.B. Krätzig, U. Wittek
Wirklichkeitsnahe Grenzbeullasten von Rotationsschalen unter-
schiedlicher Gauss'scher Flächenkrümmung
- Nr. 79-6 B. Maidl, F. Günther, H. Droste
Industrialisierung der Schalungstechnik
Analyse - Verfahren - Einflußfaktoren - Konstruktion
- Nr. 79-7 Ch. Zeller
Eine Finite-Element-Methode zur Berechnung der Verwölbung und
Profilverformung
- Nr. 80-1 U. Wittek
Beitrag zum Verhalten der Strukturen bei endlichen Verformungen
unter besonderer Beachtung des Nachbeulmechanismus dünner
Flächentragwerke

- Nr. 80-2 K. Schildberg
Nichtlineare Ansätze zur Berechnung dynamisch beanspruchter
Schalen aus Stahlbeton
- Nr. 80-3 H.G. Liekweg
Gewichtsoptimierung allgemeiner Fachwerkkonstruktionen
durch Veränderung der Systemgeometrie
- Nr. 80-4 U. Eckstein, W.B. Krätzig, U. Wittek
Finite-Element-Berechnungen zur Grenztragfähigkeit der
Rotationsschalen
- Nr. 80-5 H. Cramer
Numerische Behandlung nichtlinearer Probleme der
Boden- und Felsmechanik
- Nr. 81-1 K.-E. Bürkner
Elasto-plastische Berechnung von nachgiebig verdübelten
Verbundtragwerken - Finite-Element-Berechnungen und Versuche
- Nr. 81-2 R. Bergmann
Traglastberechnung von Verbundstützen
- Nr. 81-3 R. Kindmann
Traglastermittlung ebener Stabwerke mit räumlicher Beanspruchung
- Nr. 81-4 W. Kaltofen
Probabilistische Sicherheitsanalyse von Bauwerken unter außer-
gewöhnlichen Belastungen
- Nr. 81-5 B. Weber
Modulare Programmierung als ein Konzept zur methodischen Soft-
wareentwicklung in der Strukturmechanik
- Nr. 81-6 M. Ottenstreuer
Ein Beitrag zur Darstellung der Wechselwirkung zwischen Bauwerk
und Baugrund unter Verwendung des Verfahrens der Randelemente
- Nr. 81-7 W. Ehlert
Grenzzustände schlanker Verbundträger
- Nr. 81-8 F.H. Neuhaus
Elastizitätszahlen von Fichtenholz in Abhängigkeit von der
Holzfeuchtigkeit
- Nr. 81-9 W. Zerna, I. Mungan, G. Schmidt
Der Spannungs- und Verformungszustand von Stahlbetonschalen-
tragwerken mittlerer Wanddicke unter allgemeinen Temperatur-
gradienten
- Nr. 81-10 W. Wunderlich, H.K. Kutter, H. Cramer, W. Rahn
Finite Element Modelle für die Beschreibung des Material-
verhaltens von Fels
- Nr. 82-1 U. Weyer
Zum probabilistischen Nachweis der Zuverlässigkeit stählerner
Strassenbrücken

- Nr. 82-2 H. Antes, M. Ottenstreuer, G. Schmid
Randelemente
- Nr. 82-3 W.B. Krätzig, B. Weber et al.
MISS - Modulares Interaktives Software System
- Nr. 82-4 R. Jahn, W.B. Krätzig, B. Weber
MISS - Modulare Berechnung ebener Rahmentragwerke des
Industrie- und Hochbaus
- Nr. 82-5 H.F. Xiang
Erdbebensichere Auslegung von Spannbeton - Schrägseilbrücken
- Nr. 82-6 J.M. Rolewicz
Belastung und Beanspruchung von räumlichen Siloeinbauten
durch körnige Schüttgüter
- Nr. 82-7 K.-J. Bathe, E. Wilson, F.E. Peterson, W. Wunderlich
SAP IV-B - Beschreibung und Benutzerhandbuch
Ein Programmsystem zur linearen statischen und dynamischen Be-
rechnung von Tragwerken, 4. verbesserte Auflage, Juni 1982
- Nr. 82-8 W. Wunderlich, R. Kind
DAVO/DANA - Ein Pre- und Postprozessor zur interaktiven Datenauf-
bereitung von Finite-Element-Berechnungen am Beispiel von SAP IV-B
- Nr. 82-9 H.P. Haake
Grundlagen zum dreidimensionalen rechnergestützten Konstruieren
im Stahlbau mit Anwendungen
- Nr. 82-10 R. Harte
Doppelt gekrümmte finite Dreieckelemente für die lineare und
geometrisch nichtlineare Berechnung allgemeiner Flächentragwerke
- Nr. 82-11 M. Schlensker
Verfahrensgrundlage des rechnerunterstützten Konstruierens mit
Hilfe einer Konstruktions-Methodenbank
- Nr. 82-12 K. Meskouris
Beitrag zur Erdbebenuntersuchung von Tragwerken des Konstruktiven
Ingenieurbaus
- Nr. 82-13 H.J. Rensch
Elastoplastisches Beulen und Imperfektionsempfindlichkeit
torisphärischer Schalen
- Nr. 83-1 Zukunftsorientierte Bauverfahren für kleine Tunnelquerschnitte.
II. Kolloquium des Lehrstuhls für Bauverfahrenstechnik und Bau-
betrieb, 9.11.1982.
- Nr. 83-2 Stahlfaserpumpbeton im Tunnelbau
- Nr. 83-3 U. Eckstein
Nichtlineare Stabilitätsberechnung elastischer Schalenträgerwerke
- Nr. 83-4 R.K. Jürcke, W.B. Krätzig, U. Wittek
Stabilitätsverhalten axialbelasteter Kreiszyinderschalen mit
Regelimperfektionen nach DASt 013

- Nr. 84-1 W. Zell
Das Tragverhalten belasteter Kugelschalen aus Stahlbeton und Stahl-
faserbeton unter gleichzeitiger Wirkung allgemeiner Temperaturzu-
stände
- Nr. 84-2 V. Schrödter
Große Verschiebungen und elastoplastisches Tragverhalten von ebenen
und räumlichen Stabtragwerken
- Nr. 84-3 Festschrift Roik
- Nr. 84-4 P. Schaumann
Zur Berechnung stählerner Bauteile und Rahmentragwerke unter
Brandbeanspruchung
- Nr. 84-5 H. Beem
Statische und dynamische Analyse vorgespannter Membranen
- Nr. 84-6 H.W. Hufendiek
Ein einheitlicher Algorithmus zur Berechnung geometrisch und phy-
sikalisch nichtlinearer ebener Stabtragwerke aus Stahl, Stahlbeton
und Verbundwerkstoffen
- Nr. 84-7 R. Diekkämper
Ein Verfahren zur numerischen Simulation des Bruch- und Verformungs-
verhaltens spröder Werkstoffe
- Nr. 84-8 J. Welsch
Zentrischer Temperaturzwang von Stahlbeton und Spannbeton bei
Abkühlung auf sehr niedrige Temperaturen
- Nr. 85-1 Z. Sanal
Dynamisches Tragverhalten und kinetische Stabilität windbeanspruch-
ter Kühlturmschalen aus Stahlbeton unter Berücksichtigung tempera-
turbedingter Rißbildung (SFB 151)
- Nr. 85-2 K. Kubicki
Bauverfahrenstechnische Anwendungskriterien für die Verfestigung
und/oder Abdichtung von Lockergestein mit Polyurethan
- Nr. 85-3 U. Hohlsiepe
Beitrag zur Untersuchung des nichtlinearen Tragverhaltens ebener
Stahlbetonrahmen unter seismischen Einwirkungen (SFB 151)
- Nr. 85-4 M. Falck
Zur rechnergestützten Berechnung und Konstruktion von stählernen
Stabtragwerken des Industrie- und Anlagenbaus
- Nr. 85-5 R. K. Jürcke
Zur Stabilität und Imperfektionsempfindlichkeit elastischer
Schalentragwerke-Finite Element Formulierung der Anfangs-Nachbeul-
Theorie
- Nr. 85-6 Spritzbeton für Tunnelbau und Bergbau. III. Kolloquium des Lehrstuhls
für Bauverfahrenstechnik und Baubetrieb, 13.02.1985
- Nr. 86-1 G. Hanswille
Zur Rißbreitenbeschränkung bei Verbundträgern

- Nr. 86-2 J. Strauß
Numerische Behandlung des Verhaltens wassergesättigter Böden unter dynamischer Belastung (SFB 151)
- Nr. 86-3 W. Wunderlich, F. Schnabel, H. Obrecht
Tragfähigkeit zusammengesetzter Rotationsschalen im geometrisch und physikalisch nichtlinearen Bereich
- Nr. 86-4 I. Mangerig
Klimatische Temperaturbeanspruchung von Stahl- und Stahlverbundbrücken
- Nr. 86-5 U. Kuhlmann
Rotationskapazität biegebeanspruchter I-Profile unter Berücksichtigung des plastischen Beulens
- Nr. 86-6 J. Ruhwedel
Experimentelle Beuluntersuchungen von Kühlturmschalen unter Windbelastung
- Nr. 86-7 Ch. Hoffmann
Einfluss von Bergsenkungen bei der mathematischen Simulation von Grundwasserströmungen
- Nr. 86-8 Zhen-han Yao
Ringelemente für elastische Rotationsschalen unter instationärer thermischer Beanspruchung
- Nr. 86-9 R. Hahlhege
Zur Sicherstellung der Qualität von Spritzbeton im Trockenspritzverfahren
- Nr. 86-10 O. von Estorff
Zur Berechnung der dynamischen Wechselwirkung zwischen Bauwerken und ihrer Umgebung mittels zeitabhängiger Randintegralgleichungen (SFB 151)
- Nr. 86-11 D. Lange
Zur Anwendung der Intervallrechnung in der Sicherheitstheorie
- Nr. 86-12 L. Recke
Behandlung großer Rotationen elastischer Flächentragwerke auf der Basis einer Theorie schubweicher Schalen und eines gemischten Finite-Element-Konzepts
- Nr. 86-13 Y. Huh
Die Anwendung der Randelementmethode zur Untersuchung der Wechselwirkung zwischen Bauwerk und geschichtetem Baugrund (SFB 151)
- Nr. 86-14 G. Breitzke, K.-R. Leimbach, W. Wunderlich
SUBSTAR - Ein Finite-Element-Programm mit Mehrebenen-Substrukturtechnik zur linearen statischen Berechnung von Tragwerken
- Nr. 87-1 P. Hillmer
Berechnung von Stabtragwerken mit lokalen Nichtlinearitäten unter Verwendung der Laplace-Transformation

- Nr. 87-2 Tunnelvortrieb bei partiell schwierigem Gebirgsverhalten. IV. Kolloquium des Lehrstuhls für Bauverfahrenstechnik und Baubetrieb, 29.01.1987
- Nr. 87-3 D. Handke
Kriterien zur Beurteilung und Verminderung der Staubentwicklung bei Spritzbetonarbeiten im Tunnelbau
- Nr. 87-4 W. Redanz
Nichtlineares dynamisches Verhalten und Stabilität von Systemen der Strukturmechanik (SFB 151)
- Nr. 87-5 F. Schnabel
Einfluss zeitabhängigen elastisch-plastischen Materialverhaltens auf die Tragfähigkeit von Rotationsschalen
- Nr. 88-1 M. Breit
Rechnerische und experimentelle Untersuchungen zur Grenztragfähigkeit von Verbundbauteilen
- Nr. 88-2 C. Eller
Lineare und nichtlineare Stabilitätsanalyse periodisch erregter, visko-elastischer Strukturen (SFB 151)
- Nr. 88-3 Festschrift Maidl
Bauverfahrenstechnik - Das Fachgebiet der Zukunft
- Nr. 88-4 I.F. Meyer
Ein werkstoffgerechtes Schädigungsmodell und Stababschnittselement für Stahlbeton unter zyklischer nichtlinearer Beanspruchung (SFB 151)
- Nr. 88-5 K. Gerdes
Untersuchungen zur Reduzierung der Einflüsse von Lockergesteinsinjektionen mit Polyurethan auf das Grundwasser
- Nr. 88-6 M. Kasperski
Identifikation bemessungskritischer Lastanteile aus stochastischen Prozessen am Beispiel der Naturzugkühltürme unter Windbelastung (SFB 151)
- Nr. 88-7 H. Lungershausen
Zur Schubtragfähigkeit von Kopfbolzendübeln
- Nr. 88-8 D. Jankowski
Zur Berechnung des Tragverhaltens von zugbeanspruchten Kopfbolzenverankerungen in Beton
- Nr. 88-9 Thanh Nahan Nguyen
Rotationssymmetrische Spannbetonbehälter unter Kälteschock
- Nr. 88-10 U.E. Dorka
Ein Beitrag zur Beurteilung und vereinfachten Berechnung von Bauwerken unter Berücksichtigung der Hysteresevolution

- Nr. 88-11 M.-J. Prabucki
Nichtlineare Berechnung des dynamischen Tragverhaltens wasser-
gesättigter Böden (SFB 151)
- Nr. 88-12 K. Schwalbenhofer
Zum Tragverhalten von Verbundstützen und Verbundrahmenkonstruktio-
nen bei großen Deformationen
- Nr. 89-1 M. Methfessel
Untersuchungen zur Leistungssteigerung von Pfadverfolgungsalgo-
rithmen am Beispiel der geometrisch und physikalisch nichtlinearen
Strukturanalyse mit geraden räumlichen Balkenelementen
- Nr. 89-2 U. von Diecken
Möglichkeiten zur Reduzierung des Rückpralls von Spritzbeton aus
verfahrenstechnischer und betontechnologischer Sicht
- Nr. 89-3 K. Möllers
Bodenverformungen und -spannungen beim Einsatz bodenverdrängender
Verfahren des Leitungstunnelbaus in nichtbindigen Böden
- Nr. 89-4 J. Spittank
Beitrag zur Ermittlung der Schnittgrößen in durchlaufenden, punkt-
förmig gestützten Platten
- Nr. 89-5 M. Brünig
Ein Finite-Element-Modell zur numerischen Simulation des Rollen-
richtens von schweren Profilen
- Nr. 89-6 Y. Ding
Finite-Rotations-Elemente zur geometrisch nichtlinearen Analyse
allgemeiner Flächentragwerke
- Nr. 89-7 P. Dechent
Berechnung und Bemessung reibgedämpfter Bauwerke unter Erdbeben-
beanspruchung
- Nr. 89-8 Ch. Diekmann
Verbundstützen mit nachträglicher oder bereichsweiser Betonierung
- Nr. 90-1 J. Heinemann
Grenztragfähigkeit von Verbundträgern mit dünnwandigen, ausge-
steiften und steifenlosen Stegblechen
- Nr. 90-2 W. Zahlten
Ein Beitrag zur physikalisch und geometrisch nichtlinearen Com-
puteranalyse allgemeiner Stahlbetonschalen
A Contribution to the Physically and Geometrically Nonlinear Com-
puter Analysis of General Reinforced Concrete Shells
- Nr. 90-3 C.H. Schürmann
Strategien einer integrierten Wissensverarbeitung bei Entwurfs-
aufgaben im Stahlbau
- Nr. 90-4 B. Kipp
Untersuchungen über Eigenspannungen in Steinzeug-Platten-Elementen
und über Verankerungen solcher Elemente bei der Auskleidung
von Abwasseranlagen

- Nr. 90-5 B. Weber
Die integrierte Automatisierung von Entwurfsprozessen des Konstruktiven Ingenieurbaus auf Mikrocomputern
- Nr. 90-6 Th. Meise
Randelementverfahren zur Berechnung der Ausbreitung skalarer Wellen im 3D-Zeit- und Frequenzbereich (SFB 151)
- Nr. 90-7 Y. Zhuang
Ein Stahlbeton-Mehrschichten-Modell zur Kollapsanalyse großer Naturzugkühltürme
- Nr. 90-8 MSD-micro
Matrizencode der Statik und Dynamik auf Mikrocomputern
Version 6.04, Benutzerhandbuch
- Nr. 90-9 G. Heußner
Entwicklung eines Preprozessors zur Strukturanalyse auf der Basis eines CAD-Systems
- Nr. 90-10 Qualitätssicherungssysteme im Ingenieurbau. VII Kolloquium des Lehrstuhls für Bauverfahrenstechnik und Baubetrieb, 25.04.1990
- Nr. 90-11 U. Große Herzbruch
Experimentell gestützte Untersuchungen an Kopfbolzenverankerungen unter statischer und stoßartiger Zugbeanspruchung (SFB 151)
- Nr. 91-1 S. He
Beitrag zur plastischen Bemessung durchlaufender Verbundträger
- Nr. 91-2 R. Pamp
Zur Auswirkung der Hydratation bei Verbundbrücken
- Nr. 91-3 H.J. Holtkamp
Zur mittragenden Breite von Verbundträgern im Bereich negativer Momente
- Nr. 91-4 R. Koenning
Untersuchung von Verbundfugen einschaliger Tunnelsicherungen unter Berücksichtigung der Einbaubedingungen
- Nr. 91-5 U. Rode
Ein Verfahren zur numerischen Simulation lastbedingter Gefügeänderungen im Baustoff Beton
- Nr. 91-6 J. Kina
Zum Biegedrillknicken bei Stahlverbundträgern
- Nr. 91-7 K. Guthoff
Der Einfluß automatischer Düsenführung auf die Herstellung von Spritzbeton
- Nr. 91-8 J. Uhlendahl
Zum Einfluß von Imperfektionen auf die Tragfähigkeit von Brückenquerschnitten in Stahl- und Verbundbauweise
- Nr. 91-9 X. Cui
Analyse von aufgetretenen Verbrüchen bei Tunnelbauten der NDB unter besonderer Berücksichtigung von Arbeitspausen

Nr. 91-10 D. Heiland

Untersuchungen zum Dämpfungsverhalten von stahlfaserverstärktem
Stahlbeton bei globaler und elementweise differenzierter
Betrachtungsweise

